
الإحصاء والاستقراء

الجزء الثالث
أساليب الاستقراء
الطبعة الأولى ١٩٩٢

دكتور / مصطفى زايد

دكتوراه في الإحصاء - بحوث عمليات
دبلوم محاسبة ومراجعة - دبلوم تكاليف



Bibliotheca Alexandrina



0139904

الإحصاء والإستقراء

الجزء الثالث
أساليب الاستقراء
الطبعة الأولى ١٩٩٢

دكتور / مصطفى زايد

دكتوراه في الإحصاء - بحوث عمليات
دبلوم محاسبة ومراجعة - دبلوم تكاليف

حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

ت ٣٤٨٨٣٥٢ ٥ ش محمد طلعت - المعجزة

ت ٣٤٩٦٥٦٤ ٣ ش المهندس اسماعيل أنور - الدقى

رقم الإيداع

١٩٩٢ / ١٩٧٠

ISBN

٩٧٧-٠٠٠-٢٨٦٦-٥

بسم الله الرحمن الرحيم

إلى والدي ووالدتي
رحمهما الله

د. مصطفى زايد

تقديم

الكتاب موجه للباحث والباحث العلمي وقد صدر في ثلاثة أجزاء وملحق خاص بالجداول الإحصائية . الجزء الأول يعرض أسس الإستقراء وهي الاحتمالات والمعاينة العشوائية وتوزيع المعاينة والجزء الثاني يعرض منطق الاستقراء والمفاهيم والمصطلحات المستخدمة في التقدير وفي اختبارات الفروض .

الجزء الثالث يعرض أساليب الإستقراء وقد روعى تنظيمية ليقدم أكبر قدر من الإنتفاع للباحث تحقيقاً للأهداف البحثية وتوجيهه للأساليب الإحصائية الملزمة .

فقد تم تصنيف الأساليب إلى أبواب حسب خواص المجتمع محل الاهتمام وقد تم تصنيفها تحت المجموعات التالية : التوزيع ، المتوسط ، النسب والمعدلات ، التشتت ، الارتباط ، التقدير ، تنقيح البيانات . ويتضمن ذلك تصنيفاً آخر حسب الهدف والذي قد يكون تقديراً لمعالم المجتمع أو اختباراً لفرض حول خصائص المجتمع ، كما تم جمع الأساليب العلمية واللامعلمية الموجهة للخاصة محل الاهتمام كما تم تصنيف الأساليب تبعاً لمستوى قياس المتغيرات ، كلما سمحت الظروف بذلك ، وهذا الأسلوب في التصنيف يتميز وينفرد به هذا الكتاب دون غيرها من الكتب ، عربية كانت أو أجنبية .

ويتميز الكتاب بالشمولية ، فهو يحوى عدداً هائلاً من الأساليب الإحصائية ، منها عدد كبير يظهر لأول مرة بالمراجع العربية مثل : اختبار ليليفورز ، اختبار جارت ، اختبار بوكرو ، اختبار ستيوارت ، اختبار نمود ، اختبار هارتلي ، اختبار كوكران (C) ، اختبار جاما ، واختبار معامل لامدا ،

واختبار معامل ثيتا ، واختبار الدفعات ، واختبار ديكسون ، ومعامل ارتباط السلاسل المتعددة .

وفي كل موضوع أو حالة تم عرض عدد من الأساليب البديلة المتاحة ، وفي الحالات التي يمكن فيها ذلك ، تم ترتيبها حسب الأفضلية بحيث ينصح الباحث باختيار الأساليب حسب ترتيب عرضها ، وفي حالة عدم توفر الشروط أو ملائمة الظروف يلجأ للأسلوب الذي يليه وهكذا .

وقد روعى عرض عدد كبير من التطبيقات المحلولة بلغت ١٣٨ تطبيقاً في مختلف المجالات الاجتماعية والاقتصادية والإدارية والمحاسبية ، الحيوية ، الطبية ، الزراعية ،

ولزيد من الإيضاح تم عرض ملحق للرموز المستخدمة وآخر للصيغ الاحصائية المستخدمة في الكتاب والتي بلغت ٢٦٨ صيغة إحصائية .

دكتور

مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

الجيزة ، ج.م.ع

يناير ١٩٩٢

المحتويات - مختصر

٧	محتويات الجزء الثالث
١٧	محتويات الجزء الأول
٢٠	محتويات الجزء الثاني
٢٤	محتويات الجداول الإحصائية
٢٧	الباب الأول : مقدمة
٤٦	الباب الثاني : التوزيع
٨٢	الباب الثالث : المتوسطات
١٩٣	الباب الرابع : النسب والمعدلات
٢٦٥	الباب الخامس : التشتت
٢٨٩	الباب السادس : الارتباط
٣٥١	الباب السابع : التقدير
٣٦٤	الباب الثامن : تنقيح البيانات
٣٧٧	المراجع
٣٨٥	الرموز المستخدمة
٣٩١	الصيغ الإحصائية

محتويات الجزء الثالث - تفصيلي

الباب الأول

مقدمة

٢٧	١-١ تمهيد
٢٨	٢-١ مقاييس وصف البيانات
٢٨	١-٢-١ التوزيع
٢٩	٢-٢-١ العرض البياني
٢٩	٣-٢-١ المتوسطات
٣٠	٤-٢-١ النسب والمعدلات
٣١	٥-٢-١ التشتت
٣١	٦-٢-١ المركز النسبي
٣٢	٧-٢-١ الارتباط
٤٠	٨-٢-١ التقدير : الانحدار
٤١	٩-٢-١ التقدير : السلاسل الزمنية
٤٢	٣-١ أساليب الاستقراء

الباب الثاني

التوزيع

٤٦	١-٢ اختبار جودة التوفيق
٤٨	١-١-٢ اختبار كا٢
٦٠	٢-١-٢ اختبار كولوجوروف
٦٣	٣-١-٢ اختبار ليليفورز
٦٧	٢-٢ مقارنة توزيعان
٦٧	١-٢-٢ اختبار كا٢
٧٤	٢-٢-٢ اختبار سميرنوف
٧٧	٣-٢ مقارنة عدة توزيعات
٧٧	١-٣-٢ اختبار كا٢

الباب الثالث

المتوسطات

٨٢	١-٣ الاستقراء حول متوسط المجتمع
٨٢	١-١-٣ تقدير متوسط المجتمع
٨٢	١-١-٣-١ تباين المجتمع معلوم
٨٤	٢-١-٣-٢ تباين المجتمع غير معلوم

٨٩	٢-١-٣ اختبار الغرض حول متوسط المجتمع
٩٠	١-٢-١-٣ الاختبار الطبيعى
٩٣	٢-٢-١-٣ اختبار - ت
٩٦	٣-٢-١-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
١٠٤	اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
١٠٦	٣-٢-١-٤ اختبار الإشارة
١١٠	اختبار الإشارة للعينات الكبيرة
١١٢	٢-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة
١١٢	١-٢-٣ مقدمة
١١٤	٢-٢-٣ اختبار - ت الزوجي
١٢٣	تقدير الفرق بين متوسطين
١٢٤	٣-٢-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة
١٢٧	اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة
١٢٨	٣-٢-٤ اختبار الإشارة
١٢٩	٣-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة
١٢٩	١-٣-٣ الاختبار الطبيعى
١٣٣	تقدير الفرق بين متوسطين
١٣٤	٢-٣-٣ اختبار - ت - فيشر
١٣٨	تقدير الفرق بين متوسطين
١٣٨	٣-٣-٣ اختبار - ت ساترزويت
١٤١	تقدير الفرق بين متوسطين
١٤٢	٤-٣-٣ اختبار ولكوكسون - مان - وتنى
١٤٧	حالة العينات الكبيرة

١٤٩	٤-٣ مقارنة عدة متوسطات
١٤٩	١-٤-٣ الأهمية
١٥٠	٢-٤-٣ مفاهيم تجريبية
١٥٢	٣-٤-٣ تحليل التباين
١٥٣	٥-٣ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة
١٥٣	١-٥-٣ التصميم كامل العشوائية
١٥٤	١-١-٥-٣ التعشية
١٥٦	٢-١-٥-٣ تحليل التباين
١٥٨	٣-١-٥-٣ المقارنات المتعددة
١٦٧	٢-٥-٣ اختبار كروسكال واليز
١٦٨	١-٢-٥-٣ احصاء الاختبار
١٦٩	٢-٢-٥-٣ المقارنات المتعددة
١٧٥	٦-٣ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة
١٧٥	١-٦-٣ تصميم القطاعات كاملة العشوائية
١٧٦	١-١-٦-٣ التعشية
١٧٦	٢-١-٦-٣ تحليل التباين
١٧٩	٣-١-٦-٣ المقارنات المتعددة
١٨٣	٢-٦-٣ اختبار فريدمان
١٨٤	١-٢-٦-٣ احصاء الاختبار
١٨٦	٢-٢-٦-٣ المقارنات المتعددة

الباب الرابع

النسب والمعدلات

١٩٣	١-٤ النسبة
١٩٤	١-١-٤ الاختبار الهيرجيومتري
١٩٦	٢-١-٤ اختبار ذى الحدين
٢٠٠	٣-١-٤ الاختبار الطبيعي
٢٠١	١-٣-٤ تقدير النسبة
٢٠٥	٢-٣-٤ تحديد حجم العينة
٢٠٩	٢-٤ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة
٢١٠	١-٢-٤ اختبار فيشر
٢٢١	٢-٢-٤ الاختبار الطبيعي
٢٢٧	٣-٢-٤ اختبار بيتز كا
٢٣١	٣-٤ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة
٢٣٢	١-٣-٤ اختبار مكنمار
٢٤١	٢-٣-٤ اختبار جارت
٢٤٥	٤-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة
٢٤٥	١-٤-٤ اختبار الفرض حول عدة نسب
٢٤٧	٢-٤-٤ اختبار فرض تساوى عدة نسب

- ٢٤٩ ٥-٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة
- ٢٥٠ ١-٥-٤ اختبار بوكر
- ٢٥٥ ٢-٥-٤ اختبار ستيوارت
- ٢٥٩ ٣-٥-٤ اختبار كوكران (Q)

الباب الخامس

التشتت

- ٢٦٥ ١-٥ الإستقراء عن التباين
- ٢٦٥ ١-١-٥ اختبار الفرض حول تباين المجتمع
- ٢٦٨ ٢-١-٥ تقدير تباين المجتمع
- ٢٧٠ ٢-٥ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة
- ٢٧٠ ١-٢-٥ اختبار - ف
- ٢٧٤ ٢-٢-٥ اختبار مود
- ٢٧٨ ٣-٥ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة
- ٢٨١ ٤-٥ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات
- ٢٨١ ١-٤-٥ اختبار هارتلي
- ٢٨٣ ٢-٤-٥ اختبار كوكران (C)
- ٢٨٥ ٣-٤-٥ اختبار بارتلت

الباب السادس

الإرتباط

٢٨٩	١-٦ الإستقراء حول معامل ارتباط وحيد
٢٨٩	١-١-٦ الارتباط بين متغيران كميان (معامل بيرسون)
	١-١-٦-١ اختبار فرض عدم وجود ارتباط
٢٨٩	اختبار بيرسون
٢٩٣	اختبار - ت
٢٩٤	٢-١-٦-٢ اختبار فرض قيمة معينة $r = r_0$
٢٩٧	٣-١-٦-٢ تقدير معامل ارتباط بيرسون.
٢٩٩	٢-١-٦ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل سبيرمان)
٢٩٩	١-٢-١-٦ اختبار سبيرمان
٣٠٠	٢-٢-١-٦ اختبار - ت
٣٠٢	٣-١-٦ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما)
٣٠٢	١-٣-١-٦ اختبار جاما
٣٠٤	٢-٣-١-٦ تقدير معامل ارتباط جاما
٣٠٥	٤-١-٦ الارتباط بين متغيران اسميان (معامل كرامير)
٣٠٦	١-٣-١-٦ اختبار كرامير
٣٠٨	٢-٤-١-٦ اختبار بيتز كا ^٢
٣٠٩	٣-٤-١-٦ اختبار فيشر
٣١٠	٥-١-٦ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)
٣١٣	٦-١-٦ معامل الارتباط الرباعي
٣١٧	٧-١-٦ معامل ارتباط السلسلتان
٣٢١	٨-١-٦ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي

٣٢٤	٩-١-٦ معامل ارتباط السلاسل المتعددة
٣٢٨	١٠-١-٦ نسبة الارتباط
٣٣٣	١١-١-٦ معامل ارتباط ثيتا Θ
٣٣٧	٢-٦ الإستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)
٣٣٧	١-٢-٦ الارتباط المتعدد
٣٣٩	٢-٢-٦ معامل كندال للاتفاق
٣٤٤	٣-٦ مقارنة معاملي ارتباط
٣٤٤	١-٣-٦ اختبار لمجانس معاملين (بيرسون)
٣٤٦	٢-٣-٦ اختبار لمجانس معاملين (جاما)
٣٤٨	٤-٦ مقارنة عدة معاملات ارتباط

الباب السابع

التقدير

٣٥١	١-٧ تمهيد
٣٥٢	٢-٧ نموذج الانحدار الخطي البسيط
٣٥٢	١-٢-٧ النموذج الإحصائي
٣٥٢	٢-٢-٧ اختبار فرض الاستقلال
٣٥٧	٣-٢-٧ اختبار الفرض حول معامل الإنحدار
٣٥٨	٤-٢-٧ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع

٣٥٩	٥-٢-٧ اختبار الفرض حول أ
٣٦٠	٦-٢-٧ تقدير أ
٣٦٠	٧-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع
٣٦٢	٨-٢-٧ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع

الباب الثامن

تنقيح البيانات

٣٦٤	١-٨ العشوائية
٣٦٤	١-١-٨ الدفعات
٣٦٦	٢-١-٨ اختبار الدفعات
٣٦٩	٣-١-٨ الاختبار الطبيعي
٣٧٣	٢-٨ القيم المتطرفة
٣٧٣	١-٢-٨ اختبار ديكنسون

محتويات الجزء الأول

أسس الاستقراء

٧	تقديم الطبعة الثانية
٩	تقديم الطبعة الأولى
١٥	الباب الأول : مقدمة
١٥	١-١ تطور علم الإحصاء
٢٠	٢-١ تعريف الإحصاء
٢١	٣-١ المتغيرات
٢١	٤-١ مستويات القياس
٢٤	٥-١ وظائف علم الإحصاء
٢٤	١-٥-١ جمع البيانات
٢٧	٢-٥-١ وصف البيانات
٣٠	٣-٥-١ الاستقراء
٣٣	٤-٥-١ صنع القرارات
٣٧	الباب الثاني : نظرية الاحتمالات
٣٧	١-٢ تقدير الاحتمال
٣٧	١-١-٢ المفهوم الكلاسيكي
٤٢	٢-١-٢ مفهوم التكرار النسبي
٤٣	٣-١-٢ المفهوم الذاتي
٤٣	٢-٢ قوانين العد
٤٣	١-٢-٢ مبدأ العد
٤٥	٢-٢-٢ المضروب

٤٥	٣-٢-٢ التباديل
٤٦	٤-٢-٢ التوافق
٤٧	٣-٢ قوانين الاحتمالات
٤٨	١-٣-٢ احتمال اتحاد حدثين
٤٩٠	٢-٣-٢ الاحتمال الشرطي
٥٠	٣-٣-٢ احتمال تقاطع حدثين
٥٣	٤-٣-٢ نظرية بيز
٥٨	٥-٣-٢ نظرية تشيبيشيف
٦٠	٤-٢ التوزيعات الاحتمالية
٦١	١-٤-٢ التوزيع الهيروجيومترى
٦٤	٢-٤-٢ توزيع ذى الحدين
٦٨	٣-٤-٢ توزيع بواسون
٧١	٤-٤-٢ التوزيع الطبيعي
٧٨	٥-٤-٢ توزيع ت
٨١	٦-٤-٢ توزيع كا ^٢
٨٣	٧-٤-٢ توزيع ف
٨٥	٥-٢ تطبيقات أخرى

١٠٣ الباب الثالث : المعاينة العشوائية

١٠٣	١-٣ تعاريف
١٠٦	٢-٣ طرق المعاينة العشوائية
١٠٧	١-٢-٣ المعاينة العشوائية البسيطة
١٠٧	تعريف
١٠٧	الأهمية
١٠٨	طرق الاختبار العشوائي
١١٢	٢-٢-٣ المعاينة المنتظمة
١١٤	٣-٢-٣ المعاينة الطبقية

١١٧ ٤-٢-٣ المعاينة العنقودية

١١٨ ٥-٢-٣ المعاينة متعددة المراحل

١٢٣ الباب الرابع : توزيع المعاينة

١٢٣ ١-٤ مقدمة

١٢٥ ٢-٤ طرق الحصول على توزيع المعاينة

١٢٥ ١-٢-٤ الغصر الشامل

١٣٠ ٢-٢-٤ النظريات الإحصائية

١٣٩ ٣-٢-٤ التجريب

١٤٠ ٣-٤ تطبيقات أخرى

١٤٣ ملحق : جداول إحصائية

١٤٥ ١ أعداد عشوائية

١٤٦ ٢ التوزيع الطبيعي المعياري

١٥٤ ٣ توزيع ت

١٥٦ ٤ توزيع ف

١٦٧ ٥ توزيع كا^٢

١٧٠ ٦ التوزيع الهبيرجومتري

١٧٧ ٧ توزيع ذي الحدين

١٩١ ٨ توزيع بواسون

محتويات الجزء الثانى

منطق الاستقراء

تقديم

الباب الأول : مقدمة

- ١١ ١-١ المعرفة العلمية
١-١-١ المنطق

الاستنباط

الاستقراء

- ١٤ ٢-١-١ البحث العلمي

التجربة

المسح

- ١٧ ٢-١ الاستقراء الإحصائي

- ١٨ ١-٢-١ أسس الاستقراء

الاحتمالات

المعانة العشوائية

توزيع المعانة

- ٢٠ ٢-٢-١ مناهج الاستقراء

المنهج الكلاسيكي

المنهج البيزياني

نظرية القرارات

مناهج أخرى

- ٢٣ ٣-٢-١ أساليب الاستقراء

التصنيف حسب الهدف

التصنيف حسب خواص المجتمع المستهدفة

التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات
التصنيف إلى إحصاءات معلمية وغير معلمية

٢٩

١-٢-٤ دقة النتائج

قياس الدقة

حجم العينة

٣٤

الباب الثاني : التقدير

٣٥

١-٢ التقدير بقيمه

٣٥

١-١-٢ تعريفه وأهميته

٣٥

٢-١-٢ منطق التقدير بقيمه .

طرق تكوين المقدر بقيمه

الصفات المرغوبة

٣٧

٢-١-٣ نماذج للمقدرات

٤٠

٢-٢ التقدير بفترة

٤٠

١-٢-٢ تعريفه وأهميته

٤٠

٢-٢-٢ تقدير متوسط المجتمع

تحديد فترة الثقة

تحديد حجم العينة

٥٥

الباب الثالث : اختبارات الفروض

٥٥

١-٣ المفاهيم

٥٥

١-١-٣ الفروض وأنواعها

الفرض البحثي

الفرض العام

الفرض العامل

الفرض المحدد والفرض الاحتمالي

الفرض الإحصائي

فرض العدم والفرض البديل
الفرض المعين وغير المعين
الفرض الموجه وغير الموجه
الفرض البسيط والفرض المركب

٦٢

٢-١-٣ الاختبارات وأنواعها

اختبار المعنوية البحتة
اختبار المعنوية
اختبار الفرض

٦٦

٢-٣ الاختبار الإحصائي

٦٦

١-٢-٣ منطق الاختبار

البرهان غير المباشر
مغالطة تأييد المترتب

٦٩

٢-٢-٣ أخطاء الاختبار

خطأ الرفض
خطأ القبول
احتمالات الأخطاء
أمثلة إيضاحية
المفاصلة بين الأخطاء
المعالجات المنطقية

٧٧

٣-٢-٣ فعالية الاختبار

مميز العمليات O C

قوة الاختبار
كفاءة الاختبار
الاختبار الأكبر قوة
الاختبار المنتظم الأكبر قوة
عدم التحيز

الاختبار غير المتحيز المنتظم الأكبر قوة
الاتساق

٨٣

٨٦	٤-٢-٣ تفسير النتائج
٨٨	الرفض
٨٨	القبول
٩٧	المنوية الإحصائية والعملية
١٠١	٥-٢-٣ خطوات الاختبار
١٠٤	٣-٣ اختبار الفرض حول متوسط المجتمع
	١-٣-٣ الخطوات
	٢-٣-٣ تحديد حجم العينة
	المراجع
	ملحق : التوزيع الطبيعي

محتويات الجداول الإحصائية

٩	أعداد عشوائية		١
١١	التوزيع الطبيعي المعياري	ط (حـ)	٢
١٩	توزيع ت	تو (حـ)	٣
٢١	توزيع ف	فد، ١، د، ٢ (حـ)	٤
٣٢	توزيع كا ^٢	كا ^٢ و (حـ)	٥
٣٥	التوزيع الهيرجيومتري	حن، ن، أ (س)	٦
٤٢	احتمالات الجداول الرباعية		٧
٥٧	توزيع ذي الحدين	حن، ق (س)	٨
٧١	توزيع بواسون	حم (س)	٩
٨١	توزيع إحصاء ولكوكسون للترتيب المؤشرة	و (س)	١٠
٩٠	توزيع إحصاء ولكوكسون - مان - ويتني لمجموع الترتيب	من، ١، ٢ (حـ)	١١
١٠٣	توزيع إحصاء اختبار كروسكال - واليز توزيع إحصاء معامل كندال للاتفاق وإحصاء	كن، ١، ٢، ٣ (حـ)	١٢
١٠٥	فريدمان لتحليل التباين		١٣
١١١	تحويل فيشر	ي	١٤
١١٢	توزيع معامل ارتباط بيرسون	رن (حـ)	١٥
١١٥	توزيع معامل ارتباط سبيرمان	رن (حـ)	١٦

١١٨	توزيع إحصاء كولموجوروف	كن (ح)	١٧
١٢١	توزيع إحصاء ليليفورز	لن (ح)	١٨
١٢٢	توزيع إحصاء سميرنوف $n = ٢٠$	سن (ح)	١٩
	توزيع إحصاء سميرنوف $n \neq ٢٠$	سن، ١، ٢ (ح)	
١٢٨	توزيع إحصاء هارتلي	في (م، ن) (ح)	٢٠
١٣٠	توزيع إحصاء كوكران	ك، م، ن (ح)	٢١
١٣٣	توزيع إحصاء ديكسون للقيم المتطرفة	د	٢٢
١٣٤	توزيع إحصاء عدد الدفعات الكلي		٢٣

الباب الأول

مقدمة

١-١ تمهيد

علم الإحصاء يعد فرعاً من فروع الرياضيات ، يشمل النظريات والطرق الموجهة نحو أربعة وظائف كبرى هي جمع البيانات ووصف البيانات والاستقراء وضع القرارات .

وكل وظيفة من هذه الوظائف تنفذ عن طريق عدد كبير من الأساليب الإحصائية ، وتشترك وظيفتا وصف البيانات والاستقراء في الهدف فكلاهما يهدف إلى الوصف ، غير أن الأولى تصف البيانات المقدمة كما هي ، فإذا كانت هذه البيانات تمثل المجتمع بالكامل فالوصف يعد كافياً ، ولكن إذا كانت البيانات تمثل عينة من المجتمع فإن الوصف هنا ينصب على وصف العينة فقط ، وهذا غالباً لا يكون هدفاً في حد ذاته . فإذا كان المطلوب هو وصف المجتمع فإن الباحث عليه اللجوء إلى أساليب الاستقراء وهذه تعتمد بدرجة أو بأخرى على أساليب أو مقاييس وصف البيانات .

إن الإستقراء عمل يتم فيه وصف المجتمع باستخدام عينة منه . والوصف العلمي يتم باستخدام مقاييس أو مؤشرات إحصائية مثل شكل التوزيع والمتوسط الحسابي والنسبة والتباين والارتباط الخ . وهذه المؤشرات كلها أو بعضها تمثل أهدافاً للباحث ، ومن ذلك المنطلق تم تصنيف الأساليب الإحصائية تبعاً لهذه الأهداف ، وقد خصص باب مستقل لكل هدف أو مقاس . ونعرض في هذا الباب الصيغ الخاصة بمقاييس وصف البيانات* ، حيث تستخدم في حالة وصف المجتمع باستخدام كل وحداته ، كما أنه في حالة استخدام عينه منه ، فإن هذه الصيغ غالباً ما تستخدم - مجالاتها أو بتعديلات طفيفة - في إجراءات الإستقراء .

* لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات للمؤلف .

٢-١ مقاييس وأساليب وصف البيانات

نعرض في هذا الفصل باختصار^(١) مقاييس وأساليب وصف البيانات نظراً لعلاقتها الوثيقة بوظيفة الاستقراء ، فالهدف لأي من هاتين الوظيفتين هو الوصف ، غير أن الوظيفة الأولى ، وصف البيانات يكون الأمر متعلقاً بوصف المجتمع بصورة مباشرة ، وذلك في حالات الحصر الشامل لكل وحدات المجتمع ، وتستخدم هذه المقاييس أيضاً في وصف بيانات العينة ويكون الوصف قاصراً فقط على العينة . ولكن أساليب الاستقراء تهدف إلى وصف الكل من خلال الجزء ، أو بلغة الإحصاء وصف المجتمع من خلال عينة . ونوضح في هذا العرض أهمية كل أسلوب والصيغة الرياضية والرموز المستخدمة .

١-٢-١ التوزيع التكراري (الجداول)

الجدول التكراري هو بيان بقيم المتغير مقسمة إلى فئات أو مجموعات مع بيان التكرار بكل فئة ويمكن عرض أهميته فيما يلي :

- (١) تلخيص البيانات وترتيبها .
- (٢) الإفصاح عن المعلومات بصورة مباشرة وسريعة .
- (٣) المقارنة بين المجموعات - بعرضها في جدول واحد .
- (٤) سهولة حساب المقاييس الإحصائية .
- (٥) إمكان عرض الظاهرة بيانياً .
- (٦) بعض المقاييس الإحصائية يلزم حسابها من جدول تكراري .

(١) عرض شامل وتفصيلي لهذه الأساليب في كتاب « الإحصاء ووصف البيانات » للمؤلف .

والجدول قد يعد لمتغير وحيد ، وقد يعد لمتغيران في آن واحد ويسمى عندئذ جدول مزدوج ، كما قد يعرض أكثر من متغيران ويسمى عندئذ جدول مركب .

٢-٢-١ العرض البياني

أهميته :

- (١) الإفصاح عن خصائص الظاهرة بصورة سريعة .
- (٢) إمكان إجراء المقارنات بين التوزيعات المختلفة .
- (٣) حساب بعض المقاييس الإحصائية بسهولة .
- (٤) يعد الأساس لتوفيق صيغة رياضية لوصف التوزيع التكراري ، مثل التوزيع الطبيعي ، توزيع ذي الحدين ، توزيع بواسون . ويوجد عدد كبير من الأشكال ، وبالنسبة للمتغيرات الكمية يستخدم المدرج التكراري ، المصّلع التكراري ، المنحنى التكراري ، المصّلع التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) والمنحنى التكراري المتجمع (الصاعد - النازل) .

٣-٢-١ المتوسطات Averages

الغرض منها وصف المجموعة برقم واحد يمثلها - فهو يعبر عن مزيد من الوصف والتلخيص مثل متوسط درجات الطلاب بالفصل أو متوسط أجور العمال . وهذا الرقم المتوسط يفيدنا كثيراً حيث يمكن من المقارنة الطولية كما في حالة مقارنة أجور العمال في فترات مختلفة - أو المقارنة المستعرضة كما في حالة مقارنة أجور عمال صناعة بصناعة أخرى .

وأهم هذه المقاييس :

(المتوسط الحسابي) : للمتغيرات الكمية

(١-١)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

الوسيط : للمتغيرات الترتيبية

ويعرف بأنه الرقم الأوسط بعد ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً .

المنوال (للمتغيرات الإسمية) ويعرف بأنه المشاهدة الأكثر تكراراً .

١-٢-٤ النسب والمعدلات

تستخدم النسب والمعدلات كثيراً بفرض تحقيق مزيد من الإيضاح والإفصاح عن طبيعة الظاهرة محل البحث كما تستخدم لتسهيل إجراء المقارنات بين الظواهر .

وتعرف النسبة Ratio لعدد ما وليكن (س) إلى عدد آخر (ص) على أنها

خارج قسمة س على ص . وقد يتم عرضها كنسبة مئوية .

ويوجد نوع هام من النسب يطلق عليه المعدل Rate ، حيث أن النسبة قد

تكون رقم كسري صغير جداً ، ولذا يتم ضربها في رقم ثابت يتفق عليه وغالباً

يكون ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ١٠٠٠٠ حسب الأحوال . وغالباً يستخدم لعرض

معدل التغير في وحدة الوقت .

٥-٢-١ مقاييس التشتت Dispersion

تستخدم لوصف الاختلافات بين القيم ، وفيما يلي نعرض لأهم هذه المقاييس .

$$(٢-١) \quad \text{التباين } \sigma^2 = \frac{1}{n} [\text{محص } ٢ - \frac{(\text{محص } ١)^2}{n}]$$

$$(٣-١) \quad \text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\text{التباين}}$$

$$(٤-١) \quad \text{معامل الاختلاف } \frac{\sigma}{\bar{x}} = \text{م.أ.}$$

٦-٢-١ مقاييس المركز النسبي

تستخدم لتحديد المراكز النسبية للقيمة حتى يمكن الحكم عليها حكماً صحيحاً - وحتى يمكن إجراء المقارنات على أسس صحيحة وأهم هذه المقاييس الدرجة المعيارية ، ويتم احتسابها للدرجة س كما يلي :

$$(٥-١) \quad \text{الدرجة المعيارية } S' = \frac{S - \bar{S}}{\sigma}$$

ومن خواص الدرجات المعيارية أن متوسطها الحسابي صفر وانحرافها المعياري واحد صحيح .

(١-٢-٧) مقاييس الارتباط Correlation

تهدف لوصف قوة الارتباط بين المتغيرات ، وتحديد اتجاه العلاقة (طردي أو عكسي) - كما أنها تعد الأساس لدراسة السببية .
هناك عدة معاملات تستخدم لقياس الارتباط بين المتغيرات والجدول التالي يعرض تقسيماً لها حسب مستوى القياس .

مقاييس الارتباط

ص / س	كمي	ترتيبي	إسمي
كمي	ر	ر [#] (١)	ر _س ، ر _ج
ترتيبي		ر _{جا} ، ر _{تو}	ر _و
إسمي			ق ، ل ، ر _ب

الارتباط بين المتغيرات الكمية :

معامل ارتباط بيرسون : قدمه بيرسون (١٨٩٥) Pearson

ويعتبر مقياساً لقوة الارتباط الخطي بين المتغيران ويتم احتسابه بالصيغة :

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{[\sum (x_i - \bar{x})^2][\sum (y_i - \bar{y})^2]}} \quad (١-٦)$$

(١) ر[#] معامل ارتباط السلاسل المتعددة ، انظر القسم (١-٦-٩) .

وبلاحظ ما يلي :

(١) قيمة ر تقع بين -١ ، +١ والقيمة +١ تعنى وجود ارتباط تام طردي والقيمة -١ تعنى وجود ارتباط تام عكسي والقيمة صفر تعنى عدم وجود ارتباط .

(٢) لا تتأثر قيم ر بتحويل أي من المتغيران أو كلاهما سواء بالضرب في رقم ثابت أو بجمع رقم ثابت .

الارتباط بين المتغيرات الترتيبية

معامل ارتباط سبيرمان (قدمه سبيرمان (١٩٠٦) Spearman

$$r_s = 1 - \frac{6 \sum d^2}{n(n^2 - 1)} \quad (٧-١)$$

حيث ف هي الفرق بين رتب المتغيران ويعني ذلك أن يتم ترتيب كلا المتغيران ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً) وتعطي كل قيمة رتبة . وفي حالة وجود قيم مكررة يعطي لكل منها رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة . وفي حالة وجود تكرارات بدرجة كبيرة فإن هذا المعامل لا يعطي نتائج دقيقة ويفضل استخدام معاملات أخرى تعرض عنها معامل جاما .

ملاحظات : حدود معامل سبيرمان هي ± 1

معامل جاما Gamma

قدمه العالمان جودمان وكروسكال (١٩٤٥) Goodman and Kruskal

وصيغته هي :

(A-١)

$$\text{جا} = \frac{أ - خ}{أ + خ}$$

حيث أ = عدد حالات الإتفاق

خ = عدد حالات الاختلاف

ولحساب معامل جاما :

(١) يتم تنظيم البيانات في جدول تكراري مزدوج .

(٢) يراعى ترتيب كلا المتغيران ترتيباً تصاعدياً (أو تنازلياً) من قمة الجدول من اليمين .

(٣) يتم إيجاد مجموع حاصل ضرب كل تكرار بالجدول في التكرارات الأخرى وحسب المسارات التالية :

إلى أسفل ويساراً لحساب قيم أ

إلى أسفل ويميناً لحساب قيمة خ

ملاحظات : حدود هذا المعامل هي ± ١ .

معامل إرتباط كندال Kendall

قدمه كندال عام ١٩٣٨ ويرمز له بالحرف τ وينطق (تو) وصيغته كما يلي :

(٩-١)

$$\text{تو} = \frac{أ - خ}{٠.٥ ن (ن - ١)}$$

وتعرف أ ، خ تماماً كما في معامل ارتباط جاما . وقيمة هذا المعامل تقع بين ١- ، ١+ وفي حالة وجود قيود أي تكرار لبعض القيم فإن قيمة المعامل لا تصل إلى الحد الأقصى ± ١ .

معامل الإجماع Concordance

تم تقديمه عام ١٩٣٩ بمعرفة كندال Kendall وآخرين ، وهو يستخدم لقياس درجة الإجماع بين عدة مجموعات من الرتب . وهذا المقياس يعد نافعا في دراسات التحكيم لقياس درجة الإجماع . ويتم حساب معامل الإجماع بالصيغة :

$$C = \frac{C - D}{C + D} \quad (١-١٠)$$

$١ \leq C \leq ١$

حيث C = مجموع مربعات إنحرافات الترتيب عن متوسطها

ق = عدد الترتيب (عدد المحكمين

م = عدد الأشياء أو الأشخاص التي يتم ترتيبها

الارتباط بين المتغيرات الإسمية

معامل كرامير : قدمه كرامير (١٩٤٦) Cramer

ويمكن حسابه من جدول تكراري مزدوج بأي من الصيغ التالية :

$$C = \sqrt{\frac{C - D}{C + D}} \quad (١١-١)$$

(١٢-١)

$$\sqrt{\frac{\chi^2}{n(1-e)}} =$$

حيث e = عدد الصفوف أو الأعمدة (للمجدول التكراري) أيهما أقل .

(١٣-١)

$$ج = \frac{\chi^2_{\text{ك.ل.}}}{\text{ك.ر. ك.ل.}}$$

$$= \frac{\chi^2 \text{ (تكرار الخلية)}}{\text{ (تكرار الصف) (تكرار العمود)}}$$

(١٤-١)

$$\chi^2_{\text{ك}} = \frac{\chi^2 (\text{ك} - \bar{\text{ك}})}{\bar{\text{ك}}}$$

n = مجموع التكرارات

حيث ك = هو التكرار المشاهد في الخلية بالمجدول التكراري

$\bar{\text{ك}}$ = التكرار المتوقع في الخلية ويمكن حساب بالصيغة

$$(١٥-١) \quad \frac{\chi^2_{\text{ك.ل.}} (\text{ك.ر.}) (\text{ك.ل.})}{n} = \frac{\text{(تكرار الصف) (تكرار العمود)}}{n} = \chi^2_{\text{ك.ل.}}$$

وفيما يلي عرض رمزي للجدول التكراري المزدوج .

التوزيع التكراري المزدوج

ص \ س	س ١	س ٢	س ٣	مجموع
ص ١	ك ١١	ك ٢١	ك ١١	ك ١٠	ك ١٠
ص ٢					
ص ٣	ك ١٢		ك ١٢	ك ١٢	ك ١٢
ص ٤					
مجموع	ك ١٠	ك ٢٠	ك ١٠	ك ١٠	ن

ملاحظات : ١ ≤ ق ≤ صفر

معامل لامدا Lambda

قدمه جتمان ١٩٤١ Guttman ويتم احتسابه من جدول تكراري مزدوج بالصيغة :

$$\text{معك} - \text{كص} \quad \text{لص س} = \frac{\text{ن} - \text{كص}}{\text{ن} - \text{كص}} \quad (١٦-١)$$

حيث ك = تكرار الفئة المتوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر س
كص = تكرار الفئة المتوالية للتوزيع الهامشي للمتغير التابع ص

ملاحظات :

(١) معامل لامدا يقع بين صفر ، ١

(٢) لـ ص لا يساوى بالضرورة لـ ص

٣ معامل لامدا لـ ص يوضح الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع
ص من المتغير المستقل أو المقدم

معامل الارتباط الرباعي Tetrachoric

يفترض هنا أن كل من المتغيرين ثنائي ويتضمن صفة الإستمرار ويتبع
التوزيع الطبيعي . ويتم حسابه من جدول كالتالي :

ب	أ
د	ج

باستخدام الصيغة :

$$r = \frac{180}{\sqrt{1 + \frac{ad}{bc}}} \quad \text{جنا} \quad (1-17)$$

حيث جنا هي جيب تمام الزاوية .

ملاحظات :

(١) هذه الصيغة تعد صيغة تقريبية للصيغة الأصلية وهي صيغة معقدة
تم إعدادها بواسطة كارل بيرسون في ١٩٠٠ .

(٢) حدود هذا المعامل هي ± 1 .

معاملات إرتباط أخرى

معامل إرتباط السلسلتان Biserial

قدمه كارل بيرسون في ١٩٠٩ ويستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما كمي والآخر إسمي ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي . مثال ذلك مستوى القلق (كبير - قليل) ، (يحب - يكره) ، ناجع - راسب) ويتم احتسابه بواسطة الصيغة :

$$r = \frac{C}{A} \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}}{S_x} \quad (١٨-١)$$

حيث \bar{X} = متوسط قيم x

\bar{X}_1 = متوسط قيم المجموعة الأولى (أحدى المجموعتين - اختياري)

C = نسبة مفردات المجموعة الأولى

A = إحدائي (أرتفاع) المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة

التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة C ، k (ك = $1 - C$)

ملاحظات : (١) المعامل لا ينطبق عليه الحدود ± ١ .

معامل إرتباط السلسلتان الثنائي Point Biserial

يستخدم لقياس الإرتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي ويفترض أنه ثنائي أصيل مثل (ذكر - أنثى) ، (يملك - لا يملك) ويتم حسابه بالصيغة :

$$r_s = \frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_2}{\sigma_v} \sqrt{\frac{q}{k}} \quad (1-19)$$

وتعرف الرموز كما في معامل ارتباط السلسلتان .

ملاحظات : (١) حدود هذا المعامل هي ± 0.798 .

$$r_s = \frac{\sqrt{\frac{q}{k}}}{1} \quad (2) \quad (1-20)$$

معامل ارتباط السلسلتان للرتب Rank Biserial

قدمه كوريتون Coreton عام ١٩٥٦ ويستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين أحدهما ترتيبى والآخر ثنائى أصيل ، وصيغته كما يلي :

$$r_s = \frac{2}{n} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \quad (1-21)$$

حيث \bar{v}_1 متوسط رتب المجموعة ص١

\bar{v}_2 متوسط رتب المجموعة ص٢ .

ن عدد الأزواج

وقيمة هذا المعامل تقع بين -١ ، ١

١-٢-٨ مقاييس التقدير الإنحدار

وهذه المقاييس تصف لنا شكل أو طبيعة العلاقة التي تربط بين المتغيرات وتستخدم لتقدير أحد المتغيرات بدلالة متغير أو أكثر . وهي بذلك تعد الأساس في إنشاء العديد من القوانين والنظريات .

بافتراض أن العلاقة بين s ، v خطية ، تكون معادلة تقدير v بدلالة s أو معادلة إنحدار v على s كما يلي :

$$\hat{v} = a + b s \quad (1-22)$$

حيث a ، b ثوابت يتم حسابها كما يلي :

$$b = \frac{\sum (s_i v_i) - \frac{\sum s_i \sum v_i}{n}}{\sum s_i^2 - \frac{(\sum s_i)^2}{n}} \quad (1-23)$$

$$a = \bar{v} - b \bar{s} \quad (1-24)$$

وتوجد نماذج مماثلة في حالة تعدد المتغيرات ، وكذا في حالة العلاقات غير الخطية .

٩-٢-١ مقاييس التقدير - السلاسل الزمنية

تستخدم نماذج السلاسل الزمنية أيضاً لتقدير قيم المتغيرات . والسلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم تخص متغير في أوقات أو فترات زمنية متعاقبة .

١ - ٣ أساليب الإستقراء

يمكن تصنيف أساليب الإستقراء تبعاً للعديد من العوامل .

١ - التصنيف حسب الهدف من الأسلوب .

أ - أساليب التقدير (Estimation)

تستخدم غالباً في البحوث الإستكشافية (Exploratory) بهدف تقدير خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية ، معدل البطالة ، معدل الجريمة ، متوسط دخل الأسرة ، الارتباط بين الجريمة والبطالة .

والتقدير نوعان ، التقدير بقيمة Point estimation والتقدير بفترة Interval .

والتقدير بقيمة هو تقدير لمعلم أو معالم المجتمع بقيمة وحيدة ، وهذه القيمة تعد أفضل تقدير لمعلم المجتمع ، كما أنه يعد الأساس للتقدير بفترة . غير أنه لا يتوقع أن يمدنا هذا التقدير بقيمة تساوى قيمة معلم Parameter المجتمع ، بصفة عامة كما أنه لا يمدنا بوسيلة لتقييم الثبات أو الثقة أو الدقة في التقدير كما أنه لا يعيننا على التحكم في هذه الدقة .

التقدير بفترة يعيننا على كل ذلك فهو يمدنا بوسيلة للتحكم على درجة الدقة في التقديرات التي نصل إليها كما أنه يعيننا على التحكم في هذه الدقة إلى المدى المرغوب .

ب - إختبارات الفروض (Hypotheses testing)

تستخدم غالباً في البحوث التوكيدية (Confirmatory) ، بهدف إختبار الفروض حول خواص المجتمع مثل : نسبة الأمية في المجتمع ٣٠ ٪ ، نسبة

المرضى بمعرض معين ١٠ ٪ ، متوسط دخل الأسرة لا يقل عن ٥٠٠ جنيه شهرياً ، يوجد ارتباط طردي قوي بين دخل الفرد وحالته التعليمية ،

٢ - التصنيف حسب الخواص المستهدفة

تختلف أساليب الاستقراء حسب الخواص المستهدفة : شكل التوزيع ، المتوسطات ، النسب ، التشتت ، الارتباط ، التقدير ، ... إلخ .

٣ - التصنيف حسب مستوى القياس للمتغيرات .

يتم تقسيم أساليب الاستقراء حسب مستويات القياس للمتغيرات وهي كما يلي مرتبة تنازلياً حسب مستوى القياس .

القياس الكمي .

أ - المستوى النسبي (Ratio) .

ب - المستوى الفتري (Interval) .

القياس الكيفي

ج - المستوى الترتيبي (Ordinal) .

د - المستوى الإسمي (Nominal) .

وفي هذا الصدد نشير إلى الملاحظات الهامة التالية :

أ - كلما زاد مستوى القياس للمتغيرات كلما أمكن استخدام أساليب إحصائية على مستوى أفضل .

ب - المتغيرات بمستوى قياس معين يمكن التعامل معها بالأساليب الإحصائية المخصصة لهذا المستوى وكذا الأساليب الإحصائية المخصصة لمستوى القياس الأقل .

ج - إن استخدام أسلوب إحصائي مستواه أعلى من مستوى قياس المتغير ، يعد خطأ منطقياً ، كما أن استخدام أسلوب إحصائي مستواه أقل من مستوى قياس المتغير يعد إهداراً وتضحية لبعض المعلومات المتاحة ، أي التضحية بالفرص المتاحة .

٤ - التصنيف إلى إحصاءات معلمية وغير معلمية

يوجد تقسيم شائع لأساليب الاستقراء إلى أساليب معلمية (Parametric) وأخرى لامعلمية (Non Parametric)، وأساس هذا التقسيم هو مدى توافر بعض الشروط .

الباب الثاني

التوزيع

هذا الباب يعرض مجموعة من الإختبارات الإحصائية الهامة ، وهى عن التوزيع الإحتمالي . وهذه المجموعة كلها تعد من الإختبارات اللامعلمية ، وقد تم تقسيمها إلى المجموعات التالية ، وسيتم عرض كل منها في فصل خاص .

١ - شكل التوزيع ، وتشمل مجموعة من الإختبارات عن شكل توزيع المجتمع ، وذلك من عينة واحدة ، وتسمى إختبارات جودة التوفيق Goodness of fit .

٢ - مقارنة توزيعات ، لإختبار التماثل بين توزيعي مجتمعين .

٣ - مقارنة عدة توزيعان ، لإختبار التماثل بين التوزيع لعدة مجتمعات (ثلاث فأكثر) .

٢-١ اختبارات جودة التوفيق

الفرض من هذه الاختبارات هو الوصول إلى تقرير عن طبيعة التوزيع الاحتمالي لمجتمع إستناداً إلى مجموعة من المشاهدات من عينة عشوائية .
إن معرفة شكل التوزيع الاحتمالي للمجتمع محل الدراسة يعد من الأمور الهامة عند إجراء التحليل الإحصائي أو الرياضي ، وتبدو أهمية ذلك على الأخص فيما يلي .

١ - الأساليب البارامترية للإستقراء ، سواء كان ذلك في تقدير معالم المجتمع أو اختبارات الفروض - تعتمد على إفتراضات منها شكل التوزيع ، كإفتراض أن المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي مثلاً .

٢ - النماذج الرياضية المعقدة ، خاص التي تحوي عدد كبير من المتغيرات ، يصعب من الممكن تبسيطها والتعامل معها في حالة معرفة شكل التوزيع للمتغيرات كلها أو بعضها مثال ذلك نماذج صفوف الإنتظار Queueing models حيث يشترط بعضها أن يكون وقت أداء الخدمة يتبع التوزيع الأسّي Exponenfiat .

٣ - إن معرفة شكل التوزيع يؤدي إلى سهولة الحصول على المعلومات عن الظاهرة أو المتغير كالمعلومات المتعلقة بالإحتمالات وخواص الظاهرة كالمتوسط الحسابي والتشتت وغيرها - كما يمكن إستخدام الجداول الإحصائية المتاحة عن التوزيعات الإحتمالية ، مما يمكن من الحصول على المعلومات بمجرد النظر إلى هذه الجداول .

إن الحالة المثالية تتطلب أن يكون التوزيع المفترض للمجتمع محدداً بصورة كاملة . عن شكل التوزيع وكل معالمه وخلاف ذلك نلجأ إلى تقدير المعالم غير المحددة من بيانات العينة .

وعلى أي حال فإن الفرض البديل يكون غير محدد ، ويقضي بأن توزيع المجتمع لا يتبع التوزيع المفترض . وعلى ذلك فإن رفض فرض العدم لا يعطينا أي معلومات عن شكل توزيع المجتمع ، خلاف أنه ليس التوزيع المفترض والمرفوض .

إن إختبارات جودة التوفيق تكون مفيدة عندما يحصل الباحث على تأييد إحصائي لتوزيعه المفترض وذلك بقبول فرض العدم .
ونعرض فيما يلي ثلاث إختبارات هامة في هذا المجال وهي :

١ - إختبار كا^٢ (١٩٠٠) .

٢ - إختبار كولموجوروف (١٩٣٣) .

٣ - إختبار ليليفورز (١٩٦٧) .

وبعد إختبار ليليفورز حالة خاصة لإختبار كولموجوروف وبذلك يمكن عرض بعض الملاحظات للمقارنة بين إختبار كا^٢ وإختبار كولموجوروف .

١ - كلاهما يعد من الإختبارات اللاهامة ، والتي تتطلب قدرأ قليلاً من الشروط .

٢ - لا يتطلب إختبار كا^٢ أية شروط من شكل توزيع المجتمع بينما يشترط إختبار كولموجوروف أن يكون توزيع المجتمع مستمراً .

٣ - يمكن إستخدام إختبار كولموجوروف مع أي حجم عينة ، بينما يشترط إختبار كا^٢ حدوداً دنيا لذلك .

٤ - يشترط إختبار كا^٢ أن تكون البيانات في صورة توزيع تكراري ، بينما لا يشترط إختبار كولموجوروف ذلك ، ونتيجة لذلك يمكنه التعامل مع البيانات الأصلية وإستخدام كافة المعلومات المتاحة دون تحويلها .

٥ - يشترط إختبار كولموجوروف أن يحدد الفرض توزيع المجتمع بصورة كاملة ، أي شكل التوزيع وكل معامله ، دون اللجوء إلى تقديرها من بيانات العينة ، إختبار كا^٢ يمكن إستخدامه في هذه الحالات .

٦ - إختبار كولموجوروف - إختبار حقيقي حتى في حالة العينات الصغيرة ، بينما إختبار كا^٢ يستخدم توزيع كا^٢ وهو يعد توزيع تقريبي للتوزيع الحقيقي لإحصاء الإختبار .

٧ - هناك إعتقاد عام بأن إختبار كولموجوروف قد يكون أكبر قوة من إختبار كا^٢ وذلك في معظم الحالات .

٢-١-٢ إختبار كا^٢

يعد أقدم إختبار لجودة التوفيق . قدمه عالم الإحصاء بيرسون Pearson عام ١٩٠٠ .

الإفتراضات

عينة عشوائية لمتغير مستوى قياسه إسمي يتم تبويب البيانات في فئات عددها م بكل فئة تكرار ك .

الفرض :

$$ف. : ح(س) = ح^*(س)$$

$$ف١ : ح(س) \neq ح^*(س)$$

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحسابية في الجدول

الآتي :

الفئات	التكرار المشاهد	الإحتمال المفترض	التكرار المتوقع	ك/ك ^٢
١	ك ^١	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢	ك ^٢			
٣	ك ^٣			
٤	ك ^٤	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥	ك ^٥			
٦	ك ^٦	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧	ك ^٧	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨	ك ^٨	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩	ك ^٩	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٠	ك ^{١٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١١	ك ^{١١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٢	ك ^{١٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٣	ك ^{١٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٤	ك ^{١٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٥	ك ^{١٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٦	ك ^{١٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٧	ك ^{١٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٨	ك ^{١٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٩	ك ^{١٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٠	ك ^{٢٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢١	ك ^{٢١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٢	ك ^{٢٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٣	ك ^{٢٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٤	ك ^{٢٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٥	ك ^{٢٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٦	ك ^{٢٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٧	ك ^{٢٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٨	ك ^{٢٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٢٩	ك ^{٢٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٠	ك ^{٣٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣١	ك ^{٣١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٢	ك ^{٣٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٣	ك ^{٣٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٤	ك ^{٣٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٥	ك ^{٣٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٦	ك ^{٣٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٧	ك ^{٣٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٨	ك ^{٣٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٣٩	ك ^{٣٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٠	ك ^{٤٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤١	ك ^{٤١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٢	ك ^{٤٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٣	ك ^{٤٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٤	ك ^{٤٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٥	ك ^{٤٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٦	ك ^{٤٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٧	ك ^{٤٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٨	ك ^{٤٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٤٩	ك ^{٤٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٠	ك ^{٥٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥١	ك ^{٥١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٢	ك ^{٥٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٣	ك ^{٥٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٤	ك ^{٥٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٥	ك ^{٥٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٦	ك ^{٥٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٧	ك ^{٥٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٨	ك ^{٥٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٥٩	ك ^{٥٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٠	ك ^{٦٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦١	ك ^{٦١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٢	ك ^{٦٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٣	ك ^{٦٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٤	ك ^{٦٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٥	ك ^{٦٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٦	ك ^{٦٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٧	ك ^{٦٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٨	ك ^{٦٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٦٩	ك ^{٦٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٠	ك ^{٧٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧١	ك ^{٧١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٢	ك ^{٧٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٣	ك ^{٧٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٤	ك ^{٧٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٥	ك ^{٧٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٦	ك ^{٧٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٧	ك ^{٧٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٨	ك ^{٧٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٧٩	ك ^{٧٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٠	ك ^{٨٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨١	ك ^{٨١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٢	ك ^{٨٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٣	ك ^{٨٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٤	ك ^{٨٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٥	ك ^{٨٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٦	ك ^{٨٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٧	ك ^{٨٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٨	ك ^{٨٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٨٩	ك ^{٨٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٠	ك ^{٩٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩١	ك ^{٩١}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٢	ك ^{٩٢}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٣	ك ^{٩٣}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٤	ك ^{٩٤}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٥	ك ^{٩٥}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٦	ك ^{٩٦}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٧	ك ^{٩٧}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٨	ك ^{٩٨}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
٩٩	ك ^{٩٩}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻
١٠٠	ك ^{١٠٠}	ح [*]	ك ⁻	ك ^٢ /ك ⁻

$$ح^* = \text{الإحتمال المفترض للفئة المناظرة .}$$

$$(١-٢)$$

$$ك^- = ن \cdot ح^*$$

إحصاء الاختبار :

$$\text{ص} = \text{مجد} (ك - ك^-) / \sqrt{ك^-} \quad (2-2)$$

$$\text{ص} = \text{مجد} \sqrt{ك^-} / ك - ن \quad (2-3)$$

وفي حالة التوزيع المنتظم تكون ك رقم ثابت وتصبح الصيغة .

$$\text{ص} = \frac{1}{\sqrt{ك}} \text{مجد} \sqrt{ك^-} - ن \quad (2-4)$$

توزيع المعاينة :

إن التوزيع الحقيقي للإحصاء ص يصعب التعامل معه ، ويستخدم كتقريب له في حالة العينات الكبيرة توزيع كاي^٢ بدرجات حرية م - ١ .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية α إذا كان .

$$\text{ص} > \text{كا}^{\alpha}_{\text{م}} \quad (1-\alpha)$$

وخلاف ذلك نقبل الفرض

ملاحظات :

١ - إذا كان التوزيع المفترض غير محدد تماماً - نلجأ إلى تقدير المعالم من بيانات العينة . وفي هذه الحالة فإن درجات الحرية تنقص بقدر عدد المعالم المقدرة (وليكن ل) لتصبح درجات الحرية م - ١ - ل .

٢ - إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ ، حسب رأي البعض) يفضل إدماج الفئات مع بعضها وذلك حتى لا يبعد توزيع كاي^٢ عن التوزيع الحقيقي للإحصاء خاصة في الحالات التي يكون فيها عدد التكرارات المتوقعة الصغيرة ، كبيراً .

تطبيق (٢-١)

الجدول التالي يعرض ٢٠٠ أسرة عدد أطفالها خمس ، وقد تم إختيارها عشوائياً ويوضح الجدول عدد الأولاد الذكور . هل يتفق ذلك مع نظرية علماء الوراثة والتي تقضي أن هناك احتمال متساو لأن يكون المولود ذكراً أو أنثى وأن جنس المولود مستقلاً عن أي مولود آخر .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣	٤	٥
عدد الأسر	٦	٣٦	٥٨	٦٦	٢٥	٩

الحل :

فرض العدم والمطلوب إختياره ، يمكن صياغته ليكون : عدد الذكور في الأسرة يتبع توزيع ذي الحدين بإحتمال قدره $\frac{1}{2}$.

عدد الأولاد س	عدد الأسر ك	الإحتمال ح* (س)	التكرار المتوقع ك = ن* ح*	$\frac{K}{n}$
0	6	32/1	6,25	5,76
1	36	32/5	31,25	41,472
2	58	32/10	62,50	52,824
3	66	32/10	62,50	69,696
4	25	32/5	31,25	20,000
5	9	32/1	1,25	12,960
	200	1	200	203,712

$$ح* (س) = (س) ق س ك ن س = (س) \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \frac{1}{32} (س)$$

$$ص = مج ك - \frac{K}{n} = 200 - 203,712 = 7,712$$

$$كا^2_{1-0.95} = كا^2_{0.95} = 11,07$$

لا يوجد مبرر لرفض فرض العدم .

تطبيق (٢-٢)

تم سحب مجموعة من الأرقام مدونة في إحدى صفحات دليل التليفون (مع إستبعاد الأرقام الثابتة المتكررة) ، ولدراسة ما إذا كانت هذه الأرقام عشوائية تم أعداد جدول يوضح عدد مرات تكرار كل رقم من صفر إلى ٩ .

والمطلوب : إختبار ما إذا كانت الأرقام عشوائية بمستوى معنوية ٠.٠٥ .

الرقم	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التكرار	١٨	١٨	١٨	١١	١١	١٥	٢١	١٤	١٨	٩

الحل :

يمكن صياغة فرض العدم على الصورة : إَحتَمَال ظهور الأرقام متساو أي بإفتراض أن التوزيع منتظم ، وإِحتِمَال ظهور أى رقم $= \frac{1}{10}$.
ويكون لك ثابت وهو $\frac{1}{10}$ $n = \frac{1}{10} (103) = 10.3$.
ولذا نستخدم الإحصاء :

$$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

$$\chi^2 = 24.81$$

$$\chi^2 = 24.81 - 103 = 9.107$$

$$\chi^2_{1-\alpha} = \chi^2_{0.95} = 16.92$$

∴ لا يوجد دليل كاف لرفض الفرض بأن الأرقام عشوائية .

تطبيق (٢-٣)

من أحد الجداول العشوائية تم سحب عينة من ٥٠ رقم ذو حدين وفيما يلي بيان بها ، والمطلوب بيان ما إذا كانت هذه العينة عشوائية .

٢٥	٢٩	٧٣	٩٩	٧٧	٥١	٨٨	٩٦	٩٢	٣٣
٥٩	٧٤	٠٧	٣٥	٣٤	٨٥	٩٠	٣٩	١٥	٦١
٦٠	٥٥	٨١	٥٢	٩٣	٤٨	١٠	٤٦	٩٧	٤٣
٣٠	٧٦	١٢	٣٨	٧٠	٦٨	٩٥	٧١	٣٦	٦٣
٣١	١٤	٣١	٥٤	٠٣	٢١	٢٣	٦٦	١٦	١٨

الحل :

إذا كانت الأرقام (من حدين) عشوائية ، فإنه إذا ما تم تبويبها في فئات عددها ١٠ وتغطي المدى من صفر إلى ٩٩ ، فإنها يجب أن تتفق مع التوزيع المنتظم ويصبح الفرض :

ف. : أزواج الأرقام المشاهدة تتوزع منتظمة على عشرة فئات منتظمة مداها (٠ - ٩٩) .

ف١ : أزواج القيم لا تتوزع بطريقة منتظمة .

وباعتبار الفرض صحيحاً فإن احتمال ظهور رقم في أي فئة يساوي $\frac{1}{10}$.

التكرار المتوقع $\frac{1}{10} (50) = 5$

وبخصوص التكرار المشاهد ، فإننا نقوم بإعداد توزيع تكراري ويمكن عرضه بالجدول التالي :

الفئات	ك	ك _٢
٩ - ٠	٢	٤
١٩ - ١٠	٦	٣٦
٢٩ - ٢٠	٤	١٦
٢٩ - ٣٠	٩	٨١
٤٩ - ٤٠	٣	٩
٥٩ - ٥٠	٥	٢٥
٦٩ - ٦٠	٥	٢٥
٧٩ - ٧٠	٦	٣٦
٨٩ - ٨٠	٣	٩
٩٩ - ٩٠	٧	٤٩
	٥٠	٢٩٠

$$\text{ص} = \text{مجدك}^2 / \text{ك} - \text{ن} = ٥٠ - ٥ / ٢٩٠ = ٨$$

$$\text{كا}^2_{\text{م-١}} = (١ - \text{ص}) \text{كا}^2_q = (٠,٩٥) ٩ = ٨,٥٥$$

إذن لا يوجد ما يبرر رفض الفرض بأن العينة العشوائية .

تطبيق (٢-٤)

البيانات التالية تمثل درجات مجموعة من طلبة الثانوية العامة تم اختيارها عشوائياً ، المطلوب اختبار ما إذا كانت هذه الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

٤٣	٥٧	٣١	٧٣	٦٤
٦١	٥٤	٢٩	٤٤	٧٧
٥٨	٦٥	٨١	٦١	٢٤
٣٦	٦٢	٣٢	٥٦	٤٠
٥٨	٤٣	٢٣	٦٦	٥٨
٢٧	٧٤	٩٣	٣٧	٨٧
٣٣	٥٤	٦٨	٤٨	٤٢
٧٣	٤٥	٦٨	٥٧	٣٥
٢٣	٧٥	٨٩	٥٩	٧٠
٣٣	٤٨	٥٨	٩٧	٣٠

الحل :

هذه الأرقام هي مشاهدات لمتغير عشوائي يتبع التوزيع الطبيعي .
والتوزيع الطبيعي له معلمتان المتوسط والتباين ، وهما غير محددتان هنا ويلزم تقديرهما .

ويمكن عرض الخطوات كما يلي :

١ - تبويب البيانات في فئات :

للتسهيل يمكن التقسيم إلى أربع فئات متساوية كما يلي :

الدرجات	ك
٤٠ - ٢٠	١٢
٦٠ - ٤٠	١٨
٨٠ - ٦٠	١٥
١٠٠ - ٨٠	٥
	٥٠

٢ - نقدر معالم المجتمع : المتوسط \bar{x} والعيان Q^2

وذلك باستخدام متوسط وتباين ، العينة s^2 ، s

الترجآت	ك	س	س ك	س ^٢ ك
٢٠ - ٤٠	١٢	٢٠	٢٤٠	١٠٨٠٠
٤٠ - ٦٠	١٨	٥٠	٩٠٠	٤٥٠٠٠
٦٠ - ٨٠	١٥	٧٠	١٠٥٠	٧٣٥٠٠
٨٠ - ١٠٠	٥	٩٠	٤٥٠	٤٠٥٠٠
المجموع	٥٠	٢٧٠	٢٧٦٠	١٦٩٨٠٠

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{n} = \frac{2760}{50} = 55,2$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum x_i^2 \cdot f_i - \frac{(\sum x_i \cdot f_i)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{49} \left[\sum x_i^2 \cdot f_i - \frac{(\sum x_i \cdot f_i)^2}{n} \right] = \frac{1}{49} [169800 - \frac{(2760)^2}{50}] = 356,82$$

$$s = \sqrt{356,82} = 18,89$$

٣ - حساب التكرارات المتوقعة

يستخدم القيم المقدرة للمعالم \bar{S} ، σ نقوم بحساب التكرارات المتوقعة في كل فئة بالجدول التكراري ، وكذا للقيم المتطرفة .

الدرجات	الحد الأدنى للفئة	\bar{S}	$\sigma^* (\bar{S})$	σ^*	\bar{K}
$20 >$	٢٠	١,٨٦٥ -	٠,٠٣	٠,٠٣	١,٥
$20 - 40$	٤٠	٠,٨٠٦ -	٠,٢١٠	٠,١٨	٩,٠
$40 - 60$	٦٠	٠,٢٥٤	٠,٦٠	٠,٣٩	١٩,٥
$60 - 80$	٨٠	١,٣١٤	٠,٩١	٠,٣١	١٥,٥
$80 - 100$	١٠٠	٢,٣٧٤	٠,٩٩	٠,٠٨	٤,٠
$100 \leq$				٠,٠١	٠,٥

$\sigma = \frac{\bar{S} - \bar{S}}{\sigma}$ هي الدرجة المعيارية ، والقيمة الأولى كمثال :

$$1,865 - = \frac{20 - 20,2}{18,87} =$$

$\sigma^* (\bar{S})$ هي قيمة الاحتمال المتجمع من جدول التوزيع الطبيعي .

σ^* احتمال أن يقع المتغير في الفئة المناظرة - ويتم الحصول عليها بالطرح المتتالي من قيم الاحتمال المتجمع .

$\bar{K} = 50 \sigma^*$ ومثل التكرار المتوقع بالفئة .

٤ - حساب إحصاء الاختيار ص :

إدماج الفئات :

بالنسبة للفئات التي يكون فيها التكرار المتوقع صغيراً يجب إدماجها في الفئات المجاورة لها وبعد ذلك يتم حساب الإحصاء ص .

الفئات	ك	ك	$\frac{K^2}{n}$
$40 >$	12	10.0	13.714
$30 - 40$	18	14.0	16.615
$20 - 30$	10	10.0	14.016
$10 \leq$	0	1.0	0.000
			50.400

$$ص = مجد \frac{K^2}{n} - ن$$

$$= 50.400 - 50.400 = 0.000$$

$$كا^2_{م-1} = كا^2_{ع-1} = كا^2_{(0.95)} = 3.841$$

لا يوجد ما يبرر رفض فرض العدم بأن الدرجات تتبع التوزيع الطبيعي .

٢-١-٢ اختبار كولموجوروف

قدمه كولموجوروف Kolmogorov عام ١٩٣٣ كمنافس لاختبار كا^٢
لإختبار جودة التوفيق حول توزيع المجتمع ح (س) . ويطلق على هذا الإختبار
غالباً إختبار كولموجوروف - سمير نوف لعينة واحدة ، نظراً للتشابه بين إختبار
كولموجوروف وإختبار سمير نوف (٢-٢-٢) .

الإفتراضات :

- ١ - مستوى قياس المتغير ترتيبى .
 - ٢ - العينة عشوائية .
 - ٣ - التوزيع المفترض ح*(س) مستمر .
 - ٤ - التوزيع المفترض محدد تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة .
- في حالة عدم توفر أي من الشرطين الأخيرين ، فإن الإختبار يكون
متحفظاً ، بمعنى أن مستوى المعنوية الحقيقي يكون على الأكثر مساوياً
لمستوى المعنوية الاسمي .

الفرض (١) :

$$F : H = H^*(S)$$

$$F : H \neq H^*(S)$$

(١) قد يكون الإختبار من طرف واحد ، انظر ص ٢٤٧ Conover (1980) .

إحصاء الاختبار :

هو أكبر قيمة للفرق بين $H^*(S)$ ، $H'(S)$

$$ض = أكبر | H'(S) - H^*(S) | \quad (2-5)$$

حيث $H'(S)$ هي التوزيع الإحصائي للمجتمع والمحسوب من بيانات العينة .

توزيع المعاينة :

يوجد توزيع خاص للإحصاء أعلاه ، يسمى توزيع إحصاء كولموجوروف - وله جداول خاصة - كنموذج لها جدول - ١٧ من الجداول الإحصائية الملحقه .

وبعد هذا التوزيع - هو التوزيع الحقيقي للإحصاء في حالة ما إذا كان التوزيع المفترض $H^*(S)$ مستمراً . وخلاف ذلك فإن الجداول تعطي قيم تقريبية^(١) .

قاعدة القرار :

نرفض فرض العدم بمستوى معينة α إذا كانت قيمة الإحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كولموجوروف لعينة حجمها n ، أي إذا كان :

$$ض > ك_n (\alpha)$$

(١) توجد طرق للحصول على قيم حقيقية للقيم الحرجة للتوزيع عندما يكون التوزيع المفترض غير مستمر . انظر ص ٣٥٠ Conover (1980) .

تطبيق (٢-٥)

في دراسة لتنظيم أحد مراكز خدمة المرضى ، كان الإهتمام بوصف كيفية ورود المرضى على المركز - تم ملاحظة عينة من ١٠٠ ساعة وتسجيل معدل ورود المرضى في الساعة . وفي هذه البيانات تم عرض التوزيع التكراري الموضح أدناه . والمطلوب إختبار فرض أن معدل ورود المرضى يتبع توزيع بواسون .

عدد المرضى في الساعة	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
التكرار	٣٠	٢٥	١٥	١٢	٥	٦	٢	١	٠	٠	٤

الحل :

الإختبار المناسب هو إختبار كولموجوروف . نحسب متوسط معدل ورود المرضى في الساعة = $\frac{200}{100} = 2$. وبالرجوع لجدول ٩ - توزيع بواسون حيث $m = 2$ يمكن الحصول مباشرة على التوزيع الإحتمالي .

الإحتمال المتجمع			الإحتمال		ل	س
الفرق	بواسون ح* (س)	المشاهد ح (س)	بواسون ح* (س)	المشاهد ح (س)		
٠,١٦	٠,١٤	٠,٣٠	٠,١٤	٠,٣٠	٣٠	٠
٠,١٤	٠,٤١	٠,٥٥	٠,٢٧	٠,٢٥	٢٥	١
٠,٠٢	٠,٦٨	٠,٧٠	٠,٢٧	٠,١٥	١٥	٢
٠,٠٤	٠,٨٦	٠,٨٢	٠,١٨	٠,١٢	١٢	٣
٠,٠٨	٠,٩٥	٠,٨٧	٠,٠٩	٠,٠٥	٥	٤
٠,٠٦	٠,٩٩	٠,٩٣	٠,٠٤	٠,٠٦	٦	٥
٠,٠٥	١,٠٠	٠,٩٥	٠,٠١	٠,٠٢	٢	٦
٠,٠٤	١,٠٠	٠,٩٦	٠,٠٠	٠,٠١	١	٧
٠,٠٤	١,٠٠	٠,٩٦	٠,٠٠	٠,٠٠	٠	٨
٠,٠٤	١,٠٠	٠,٩٦	٠,٠٠	٠,٠٠	٠	٩
٠,٠٠	١,٠٠	١,٠٠	٠,٠٠	٠,٠٤	٤	١٠
			١	١	١٠٠	

قيمة الإحصاء المشاهد = ١٦ . . .

بالرجوع لمجدول ١٧ توزيع كولموجوروف وعند الإحتمال ٠.٠٩٥ ، $n = 100$ نجد أن القيمة الحرجة $= \frac{1.36}{100} = 0.0136$.

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة ، لذا نرفض فرض العدم ، أي نرفض إعتبار أن ورود المرضى على مركز الخدمة يتبع توزيع بواسون .

٢-١-٣ اختبار ليليفورز

قدمه ليليفورز Lilliefors عام ١٩٦٧ لاختبار فرض التوزيع الطبيعي عندما تكون معالم المجتمع (المتوسط والتباين) مجهولين .

ان اختبار كولموجوروف - يتطلب كما سبق ذكره أن يكون التوزيع المفترض محدداً تماماً - أي لا توجد معالم مجهولة - وخلاف ذلك يكون الاختبار متحفظاً . هذا بخلاف اختبار كا^٢ فهو مرن بدرجة تسمح بتقدير بعض المعالم من بيانات العينة .

وقد تم تعديل اختبار كولموجوروف ليسمح بذلك أيضاً . أن احصاء الاختبار يظل كما هو ، ولكن الجداول التي تستخرج منها القيم الحرجة تختلف عنها - كما تختلف من توزيع لآخر .

الفرض :

ف . : المجتمع يتبع التوزيع الطبيعي

ف ١ : المجتمع لا يتبع التوزيع الطبيعي

احصاء الاختبار

$$ص = أكبر | ح - ح^* (س) | \quad (٢ - ٦)$$

وهو مماثل لاحصاء اختبار كولموجوروف والفرق هو أننا نستخدم هنا الدرجات المعيارية $س$ بدلاً من $س$.

$$س = \frac{س - س'}{س'} \quad (٢ - ٧)$$

حيث $س$ ، $س'$ هما تقديرا المتوسط الحسابي والتباين من بيانات العينة .
توزيع المعاينة :

الاحصاء أعلاه يتبع توزيع ليليفورز لاختبار التوزيع الطبيعي ، بحجم عينة $ن$ - وهناك جداول لهذا التوزيع (جدول - ١٨ بالجدول الاحصائية الملحق) تغطي معظم الحالات العملية .

قاعدة القرار

نرفض فرض العدم بمستوى معنوية $م$ إذا كانت قيمة الاحصاء أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع ليليفورز الطبيعي لعينة حجمها $ن$ ، أي إذا كان :

$$ص > لن (١ - م)$$

تطبيق (٢ - ٦)

في أحد الدراسات الخاصة بالذكاء أجرى اختبار لمجموعة من الأشخاص ، وسجل العمر العقلي لكل منهم (بالشهر) كما يظهر بالبيان التالي :

٩٩	٩٣	١٠٠	١٠٨	٨٧	٩٣
٨٩	٨٧	٨١	١٠٦	٩٥	١١٤
١٠٨	٩٣	١١٤	١١١	١١٣	٩٥

فهل يتفق ذلك مع النظريات التي تقرر أن العمر العقلي يتبع التوزيع الطبيعي بمستوى معنوية ٥ % .

الحل :

ف. : توزيع المجتمع طبيعي

ف١ : التوزيع ليس طبيعي

اختبار ليليفورز هو الاختبار المناسب

المخطوات :

١ - تقدير المتوسط الحسابي والانحراف المعياري :

$$\bar{S} = 99.22$$

$$s = 10.44$$

٢ - ترتيب القيم ترتيباً تصاعدياً كما هو واضح بالجدول (س) .

$$٣ - \text{تحويل القيم إلى درجات معيارية } S = \frac{S - \bar{S}}{s}$$

٤ - بحسب التكرار المتجمع الصاعد النسبي لبيانات العينة ح (س) .

٥ - بدون التوزيع الاحتمالي الطبيعي : ح (س > س) من جدول التوزيع

الطبيعي .

٦ - نحسب الاحصاء وهو أكبر فرق بين الاحتمال المتوقع (المفترض)

والمشاهد

$$ص = أكيو | ح' (س) - ح * (س) | = ٠,١٥٥$$

بالرجوع لمجدول احصاء ليليفورز الطبيعي ، جدول ١٨ من الجداول الاحصائية الملحقه ، نجد أن :

$$لن (١ - م) = ل ١٨ (٠,٩٥) = ٠,٢٠٠$$

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، ويظل فرض التوزيع الطبيعي قائماً .

العمر العقلي س	الدرجات المعيارية س'	ح' (س')	ح * (س')	الفرق
٨١	- ١,٧٥	٠,٠٥٦	٠,٠٤١	٠,٠١٥
٨٧	- ١,١٧	٠,١١١	٠,١٢١	٠,٠١٠
٨٧	- ١,١٧	٠,١٦٧	٠,١٢١	٠,٠٤٦
٨٩	- ٠,٩٨	٠,٢٢٢	٠,١٦٤	٠,٠٥٨
٩٣	- ٠,٦	٠,٢٧٨	٠,٢٧٤	٠,٠٠٤
٩٣	- ٠,٦	٠,٣٣٣	٠,٢٧٤	٠,٠٥٩
٩٣	- ٠,٦	٠,٣٨٩	٠,٢٧٤	٠,١١٥
٩٥	- ٠,٤	٠,٤٤٤	٠,٣٤٥	٠,٠٩٩
٩٥	- ٠,٤	٠,٥٠٠	٠,٣٤٥	٠,١٥٥
٩٩	- ٠,٢٠	٠,٥٥٦	٠,٤٩٢	٠,٠٦٤
١٠٠	- ٠,٠٧	٠,٦١١	٠,٥٢٨	٠,٠٨٣
١٠٦	- ٠,٦٥	٠,٦٦٧	٠,٧٤٢	٠,٠٧٥
١٠٨	- ٠,٨٤	٠,٧٢٢	٠,٨٠٠	٠,٠٧٨
١٠٨	- ٠,٨٤	٠,٧٧٨	٠,٨٠٠	٠,٠٢٢
١١١	١,١٣	٠,٨٣٣	٠,٨٧١	٠,٠٣٨
١١٣	١,٣٢	٠,٨٨٩	٠,٩١٧	٠,٠١٨
١١٤	١,٤١	٠,٩٤٤	٠,٩٢١	٠,٠٢٣
١١٤	١,٤٤	١,٠٠٠	٠,٩٢٥	٠,٠٧٥

٢-٢ مقارنة توزيعان

يوجد عدد كبير من الإختبارات يستخدم لمقارنة التوزيعات ، والكثير منها معروض في هذا الكتاب مثل إختبار - ت وإختبار مان وتني وإختبار ولكوكسون ، غير أن هذه الإختبارات حساسة إزاء الفرق بين المتوسطات ولا تكشف عن الفروق الأخرى كالفرق في التشتت مثلاً . والإختبارات التي تقدم في هذا الفصل تعد أفضل فهي حساسة إزاء المتوسطات وأيضاً إزاء التشتت ، أي أنها مقارنة للتوزيع بأكمله ، ولذا تسمى إختبارات عامة لمقارنة توزيعي عينتين Generail two-Sample distribution . كما يطلق عليها أيضاً إختبارات جودة التوفيق لعتين Two Sample goodness-of- fit tests حيث أنها تقيس مدى التوافق Compatability بين التوزيعين وذلك بين عينتين . ونعرض فيما يلي إختباران مهمان تعد بمثابة إمتداد لإختبارات جودة التوفيق لعينة والسابق عرضها :

١ - إختبار كا^٢ .

٢ - إختبار سمير نوف .

٢-٢-١ إختبار كا^٢

يستخدم لإختبار قائل توزيعي مجتمعين وذلك إستناداً إلى عينتين عشوائيتين .

الإفتراضات :

١ - عيتان عشوائيتان ومستقلتان .

٢ - مستوى قياس المتغير إسمي .

الفروض :

ف. : التوزيعان متماثلان .

ف. : التوزيعان غير متماثلان .

ويمكن عرض الرموز المستخدمة ، وتنظيم العمليات الحسابية كما يلي :

الفئات	عينة ١	عينة ٢	المجموع
١	١١ ك	٢١ ك	١ ك
٢	٢٣ ك	٢٣ ك	٣ ك
٣	١٣ ك	٢ ك	٣ ك
المجموع	١٠ ك	٢٠ ك	٣٠ ك

إحصاء الاختبار

$$\text{ص} = \text{مجد (ك - ك)} / \text{ك} \quad (٢-٨)$$

حيث ك هي التكرارات الفعلية

ك̄ التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة .

$$\text{ك̄} = \frac{(\text{ك. ل.}) (\text{ك. ل.})}{\text{ن}} \quad (٢-٩)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ ، أي إذا كان :

$$\text{ص} < \text{كا}^2_{\text{م-١}} (١ - \alpha)$$

وكما سبق ذكره في اختبار كا^٢ لجودة التوفيق (٢-١-١) فإنه إذا كانت بعض التكرارات المتوقعة صغيرة (أصغر من ٥ حسب رأي الكثيرين) فإنه يفضل إدماج الفئات مع بعضها .

على أنه يجب ملاحظة الحالة الخاصة عندما يكون عدد الفئات ٢ فقط - حيث لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . وقد اقترح بيتز Yates إجراء تصحيح يسمى « تصحيح بيتز الإستمراريه » Yates' Correction for Continuity وذلك في حالة وجود أية تكرارات متوقعة صغيرة . وتصيح صيغة الإحصاء .

$$\text{ص} = \text{مج} (\text{ك} - \text{ك}^2 - 0.5) / \text{ك}^2 \quad (٢-١)$$

تطبيق (٢-٧)

في دراسة لتشغيل النساء في الصناعة ، كان من بين الإهتمامات اختبار الفرض بأن توزيع عدد أيام الغياب عن العمل للنساء المتزوجات يختلف معنوياً عن توزيع غياب النساء غير المتزوجات ، وقد تم جمع البيانات عن عام كامل لعينتين مستقلتين ، وتظهر كما في التوزيع التالي :

والمطلوب : اختبار فرض قائل التوزيعان بمستوى معنوية ٥ % .

التكرار		عدد أيام الفئات
غير المتزوجات	المتزوجات	
١٣٠	٦٠	٣ - ٠
٥٠	٢١	٤ - ٧
١٠	١١	٨ - ١١
٦	٤	١٢ - ١٥
٤	٣	١٦ - ١٩
٠	١	٢٠ فأكثر
٢٠٠	١٠٠	

الحل :

س	$\chi^2_{(١)}$	$\chi^2_{(٣)}$	المجموع
٣-٠	٦٠ (٣٣٣,٦٣)	١٣٠ (٦٦٧,١٢٦)	١٩٠
٤-٧	٢١ (٦٦٦,٢٣)	٥٠ (٣٣٣,٤٧)	٧١
٨-١١	١١ (٧٠,٠٠)	١٠ (٠٠٠,١٤)	٢١
١٢-١٥	٤ (٣٣٣,٣٠)	٦ (٦٦٧,٠٦)	١٠
١٦-١٩	٣ (٣٣٣,٢٠)	٤ (٦٦٧,٠٤)	٧
٢٠ فأكثر	١ (٣٣٣,٠٠)	٠ (٦٦٧,٠٠)	١
	١٠٠	٢٠٠	٣٠٠

وبلاحظ أنه تم دمج التكرارين الأخيرين .

$$\text{قيمة إحصاء الاختبار} = \sum \frac{(K - \bar{K})^2}{\bar{K}}$$

$$0,340 = \frac{(0,334-0)^2}{0,334} + \dots + \frac{(63,666-21)^2}{63,666} + \frac{(63,666-60)^2}{63,666} =$$

ومن جدول ٥ - توزيع كاي^٢ وباستخدام درجات حرية م - ١ = ١ - ٥ = ٤
(حيث تم دمج الفئتان الأخيرتان) .

$$9,488 = (0,95) \chi^2_K$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن التوزيعان متماثلان .

تطبيق (٢-٨)

في دراسة مقارنة بين المدارس الخاصة والعامة ، كان من بنود الدراسة مقارنة التحصيل الدراسي في أحد الاختبارات ، وقد تم إختيار عينة عشوائية من كل مجموعة ، وظهرت البيانات كما في الجدول التالي .

والمطلوب : إختبار ما إذا كان توزيع الدرجات واحد في المدارس الخاصة والعامة بمستوى معنوية ١ % .

	١٠٠ - ٨٠	٨٠ - ٧٠	٧٠ - ٥٠	٥٠ - ٠	الدرجات المدارس
٤٦	٩	١٧	١٤	٦	الخاصة
٨٢	١٣	١٧	٣٢	٣٠	العامة
١٢٨	١٢	٣٤	٤٦	٣٦	

الحل :

التكرار المتوقع :

٤,٣	١٢,٢	١٦,٥	١٢,٩
٧,٧	٢١,٨	٢٩,٥	٢٣,١

$$\text{ص} = ٥,١٤ + ١,٨٦ + ٠,٣٨ + ٣,٦٩ =$$

$$١٧,٣ = ٢,٨٧ + ١,٠٦ + ٠,٢١ + ٢,٠٦ +$$

$$١١,٣ = (٠,٩٩) \text{ كا}^2 = (٠,٩٥)(١-د)(١-م) \text{ كا}^2$$

نرفض الفرض بمستوى معنوية ٠,٠٠١ .

نلاحظ أن مستوى المعنوية الفعلي أقل من ٠,٠٠٠١ .

تطبيق (٢-٩)

في مقارنة علاج جديد والعلاج القديم ، تم تجربتهما وسجلت النتائج التالية - المطلوب إختبار فرض تماثل النتائج لكلا النوعين من العلاج بمستوى معنوية ٠.٠٠٥ .

	العلاج القديم	العلاج الجديد	
١٦٤	٧٦	٨٨	تحسن
٣٦	٢٤	١٢	لم يتحسن
٢٠٠	١٠٠	١٠٠	

الحل :

نستخدم الصيغة (٢-١٠)

التكرارات المتوقعة

٨٢	٨٢
١٨	١٨

$$\text{ص} = ٨٢/٢٥,٥ + ٨٢/٢٥,٥ + ١٨/٢٥,٥ + ١٨/٢٥,٥ = ٤,١$$

$$\chi^2_{(٠,٩٥)} = ٣,٨٤٠$$

ولذا نرفض فرض تماثل النتائج بين نوعي العلاج - وملاحظة نسب التحسن يكون العلاج الجديد أفضل من القديم .

٢-٢-٢ إختبار سميرنوف

قدمه سميرنوف Smirnov عام ١٩٣٩ لإختبار الفرض حول تماثل توزيعان .

الإفتراضات :

- ١ - العيتتان عشوائيتان مستقلتان .
 - ٢ - المتغير مستمر وقياسه ترتيبى على الأقل .
- وإذا كان المتغير غير مستمر فإن الإختبار يصبح متحفظاً .

الفروض :

$$F : H_0 = H_1 (S)$$

$$F : H_1 \neq H_0 (S)$$

حيث H_0 ، H_1 دالتى التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك للمجتمع .

إحصاء الإختبار

$$V = \text{أكبر } H_0 (S) - H_1 (S) \quad (٢-١١)$$

حيث H_0 ، H_1 دالتى التوزيع المتجمع لكلا المتغيران ، وذلك من بيانات العيتتان .

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء - جدول ١٩ من الجداول الإحصائية الملحقه - ويعرف بإسم توزيع إحصاء إختبار سميرنوف .

قاعدة القرار

نرفض H_0 بمستوى معنوية α إذا زادت قيمة T عن القيمة الحرجة ، أي :

$$T > T_{\alpha, n-1} \quad (م)$$

حيث $n-1$ ، n حجم العينة .

تطبيق (٢-١٠)

المطلوب استخدام اختبار سميثوف لإختبار فرض قائل التوزيعات في التطبيق (٢-٧) الخاص بمقارنة غياب المتزوجات بغير المتزوجات وذلك بمستوى معنوية ٠.٠٥ .

الحل :

عدد أيام الغياب يمكن إعتباره غير مستمر ، إذ أن فترات الغياب ليست بالضرورة أن تكون أياماً كاملة (أعداد صحيحة) ولذا يمكن إعتبار الأرقام المعطاة مقربة فمثلاً ٤ أيام تمثل الفترة (٣.٥ على الأقل إلى أقل من ٤.٥) ، وذلك يمكن إعتبار المتغير مستمر .

نقوم بإيجاد دالتي التوزيع الإحتمالي ، كما هو موضح بالجدول التالي ، علماً بأن S تمثل الحد الأعلى الحقيقي للفترة .

س	ل _١	ل _٢	ح _١ (س)	ح _٢ (س)	الفرق
٣,٥	٦٠	١٣٠	٠,٦٥	٠,٠٥	
٧,٥	٨١	١٨٠	٠,٨١	٠,٠٩	
١١,٥	٩٢	١٩٠	٠,٩٢	٠,٠٣	
١٥,٥	٩٦	١٩٦	٠,٩٦	٠,٠٢	
١٩,٥	٩٩	٢٠٠	٠,٩٩	٠,٠١	
∞	١٠٠	٢٠٠	١,٠٠	١,٠٠	

$$ص = أكبر | ح_١(س) - ح_٢(س) | = ٠,٠٩$$

بمستوى معنوية ٠,٠٥ نوجد س...١...٢...٩٥ (٠,٩٥)

ونظراً لأن قيم ن_١ ، ن_٢ خارج حدود الجدول نستخرج تقريب العينات

الكبيرة .

$$\sqrt{\frac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ ن_٢}} \quad س...١...٢...٩٥ = ١,٣٦$$

$$= ١,٣٦ \sqrt{\frac{٣٠٠}{(٢٠٠)(١٠٠)}} = ٠,١٦٦$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض قائل التوزيعات ، ويلاحظ أن هذا القرار

يمثل ما تم التوصل إليه باستخدام إختبار كا^٢ في التطبيق (٢-٧) .

٢ - ٣ مقارنة عدة توزيعات

تعد هذه الحالة إمتداداً لحالة مقارنة توزيعين ، حيث يتم مقارنة عدة توزيعات لعدد من المجتمعات وذلك إستناداً إلى عينات مستقلة يتم سحب كل واحدة منها من المجتمع الذي ينتمي إليها .

ويوجد عدد من الإختبارات المتاحة في هذا الصدد منها :

١ - إختبار كا^٢ .

٢ - إختبار سمير نوف .

ونكتفي فيما يلي بعرض إختبار كا^٢ .

٢-٣-١ إختبار كا^٢

يعد هذا الإختبار إمتداداً لإختبار كا^٢ السابق عرضه لإختبار تماثل توزيعان -
- ويستخدم هنا لمقارنة عدة توزيعات لعدد (د) من العينات ويمكن ترتيب المشاهدات في مصفوفة تشابه الجدول التكراري المزدوج كما يلي :

العينات

الفئات	١	٢	ل	د	المجموع
١	ك _{١١}	ك _{٢١}	ل _{١ل}	ك _{١د}	ك _{١ن}
٠	ك _{١٠}	ك _{٢٠}	ل _{٠ل}	ك _{٠د}	ك _{٠ن}
٢	ك _{٢١}	ك _{٢٢}	ل _{٢ل}	ك _{٢د}	ك _{٢ن}
المجموع	ك _{١٠}	ك _{٢٠}	ك _{٠ل}	ك _{٠د}	ن

الفروض :

ف. : توزيعات المجتمعات كلها متماثلة .

ف. : توزيعات المجتمعات غير متماثلة ..

إحصاء الاختبار

ص = مجد (ك - ك̄)² / ك (١٢-٢)

حيث ك التكرارات الفعلية ، ك̄ التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة

$$\bar{K} = \frac{\sum (K_j) \sum (K_i)}{n} \quad (١٣-٢)$$

$$= \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية

$$\text{دح} = (م - ١) (د - ١) \quad (١٤-٢)$$

$$= (\text{عدد الصفوف} - ١) (\text{عدد الأعمدة} - ١)$$

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من القيمة الحرجة لتوزيع كا^٢ بدرجات حرية (م - ١) (د - ١) .

تطبيق (٢-١١)

تقوم إحدى المؤسسات التعليمية الآتية بقبول الطلبة الجدد من تخصصات مختلفة ، وفيما يلي بيان بدرجات الإختبار في أحد الأعوام والمطلوب إختبار فرض قماثل توزيعات الدرجات في التخصصات المختلفة بمستوى معنوية ٥

	الدرجة / التخصص	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
٣٠	أقل من ٥٠	٦	٤	٢٠
٨٠	٥٠ - ٧٠	٢٤	١٠	٤٦
٦٠	٧٠ - ٩٠	١٨	١٨	٢٤
٩٠	٩٠ - ١٠٠	١٢	٨	١٠
٢٠٠		٦٠	٤٠	١٠٠

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة لك بالصيغة

$$\bar{K} = \frac{(\text{تكرار الصف}) (\text{تكرار العمود})}{\text{التكرار الكلي}}$$

الدرجة \ التخصص	علوم إدارية	علوم هندسية	علوم أخرى
أقل من ٥٠	٩	٦	١٥
٥٠ - ٧٠	٢٤	١٦	٤٠
٧٠ - ٩٠	١٨	١٢	٣٠
٩٠ - ١٠٠	١٢	٦	١٥
			١٠٠

ص = مج (ك - ك) / ٢

$$١٤,٠٢ = ١٥/٢(١٥-١٠) + \dots + ٦/٢(٦-٤) + ٢(٩-٦) =$$

درجات الحرية = ٣ × ٢ = ٦

بالرجوع لجدول توزيع كا^٢ - جدول ٥ نجد أن كا^٢(٠,٩٥) = ١٢,٥٩٢

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهدة أكبر من القيمة الحرجة ، نرفض فرض العدم والذي يقضي بتمائل توزيع الدرجات بين التخصصات المختلفة .

الباب الثالث

الاستقراء عن المتوسطات

نعرض في هذا الباب أساليب الاستقراء عن المتوسطات الحسابية . والمتوسطات تعد من أهم المعالم التي تكون دائماً محل إهتمام من الباحثين ، سواء كان ذلك بالنسبة لمتوسط مجتمع معين أو للمقارنة بين المتوسطات لعدة مجتمعات . وسيتم تقسيم هذه الأساليب إلى ثلاثة أقسام ، الأول لأساليب الاستقراء حول متوسط المجتمع ، والثاني أساليب المقارنة بين متوسطين والثالث لأساليب المقارنة بين عدة متوسطات (مجتمعات) . كما نجرى تقسيم آخر داخلي في هذه الأقسام ، حسب الهدف من الاستقراء ، أي إلى أساليب للتقدير وأساليب لاختبارات الفروض . وفي كل مجموعة جزئية من هذه المجموعات نعرض عدة أساليب ، محاولين ترتيبها ترتيباً تنازلياً حسب مدى جودة الأسلوب من ناحية توافر عدد من الصفات المرغوب فيها . كما أنه مع كل أسلوب نوضح شروطه أو متطلباته ، والتي يلزم توفرها حتى يكون استخدامه مشروعاً ومنطقياً . كما أنه في حالة عدم توفر بعض الشروط في أسلوب معين ، يكون ذلك مؤشراً للباحث لينتقل إلى الأسلوب الذي يليه .

٣-١ الاستقراء حول متوسط المجتمع

نعرض في هذا الفصل أساليب الاستقراء المتعلقة بمتوسط المجتمع . وقد تم تخصيص قسم لأساليب التقدير وآخر لاختبارات الفروض .

٣-١-١ تقدير متوسط المجتمع Estimation

يعد تقدير متوسط المجتمع من المؤشرات أو الخواص الهامة التي يسعى إليها الباحث في سبيل وصف متغيراته ، مثال ذلك ، متوسط دخل الفرد أو الأسرة أو العامل ، متوسط سعر السلعة ، متوسط إنتاج العامل ، أو الفدان ، أو الآلة ، متوسط ساعات العمل ، متوسط سن الزواج ، متوسط وقت أداء عملية إنتاجية أو جراحية ، متوسط وزن سلعة أو قطعة غيار أو متوسط طولها أو قطرها أو أي من أبعادها ، ... الخ .

ويختلف أسلوب تقدير متوسط المجتمع حسب ما إذا كان تباين المجتمع معلوماً أو غير معلوم ، وذلك بسبب اختلاف توزيع المعاينة للاحصاء المستخدم في التقدير . ونعرض فيما يلي كل من هاتين الحالتين .

٣-١-١-٣ تقدير متوسط المجتمع إذا كان التباين معلوماً

تم عرض هذه الحالة كنموذج بصورة تفصيلية مع تطبيقات في الجزء الثاني من الكتاب^(١) ، ونقتصر هنا على عرض الصيغ المستخدمة في التقدير .

$$ح (س + ل \sigma_{س} < س < س - ل \sigma_{س}) = ث \quad (٣-١)$$

(١) الإحصاء والاستقراء ، منطلق الاستقراء ، القسم (٢-٢-٢) .

حيث \bar{S} متوسط المجتمع ، \bar{S} متوسط العينة ، L معامل الثبات ، t درجة الثقة . ويمكن كتابة حدى الثقة على الصورة .

$$(2-3) \quad \text{حدى الثقة} = \bar{S} \pm L \sigma_{\bar{S}}$$

$$(3-3) \quad \text{حيث } \sigma_{\bar{S}} = \frac{\sigma}{\sqrt{\frac{n}{n-1}}}$$

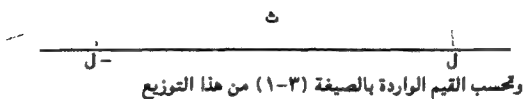
$$(4-3) \quad \frac{\sigma}{\sqrt{n}} =$$

وتستخدم الصيغة الأخيرة ، أي يتجاهل المقدار $\frac{n}{n-1}$ ويسمى معامل تصحيح المجتمع المحدود ، في حالة سحب العينة مع أرجاع الوحدات المسحوبة ، وكذا في حالة المجتمع الكبير ، وكذا في الحالات التي يكون فيها حجم العينة صغيراً بالنسبة لحجم المجتمع أي في حالة ما إذا كان $\frac{n}{N} > 0.1$.

وفي هذه الحالة حيث تباين المجتمع معلوم يكون توزيع المعاينة لمتوسط العينة \bar{S} هو التوزيع الطبيعي σ (\bar{S} ، $\sigma_{\bar{S}}$) ويكون الإحصاء :

$$(5-3) \quad \frac{\bar{S} - \mu}{\sigma_{\bar{S}}} = Z$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري



٣-١-١-٢ تقدير المتوسط إذا كان التباين غير معلوم

غالباً يكون تباين المجتمع σ^2 غير معلوم ، ولذا فإنه يقدر من العينة باستخدام الصيغة^(١) التالية :

$$(٣-٦) \quad \frac{1}{n-1} = \frac{\sum (\text{محد س})^2}{n} - \frac{\text{محد س}^2}{n}$$

ونستخدم \bar{s}^2 بدلاً من σ^2 في الصيغة (٣-٦) والخاصة بتقدير متوسط المجتمع ، ويتم حسابه بصيغ ماثلة للصيغ (٣-٣) ، (٤-٣) .

توزيع المعاينة :

تقرر النظريات الإحصائية أنه في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها n من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي فإن الإحصاء .

$$(٣-٧) \quad \frac{\bar{s} - \bar{s}}{\sigma_{\bar{s}}} = \text{ص}$$

يتبع توزيع^(٢) ت بدرجات حرية $n - 1$

درجات الحرية :

درجات الحرية (د.ج) Degrees of freedom (d.f.) مفهوم إحصائي ، تعرف بأنها عدد المشاهدات التي يبنى عليها إحصاء ما ناقصاً عدد القيود الموضوع على هذه المشاهدات ، أي عدد المشاهدات المستقلة .

(١) راجع القسم ٢-١-٣ الجزء الثاني ، منطق الاستقراء .

(٢) راجع القسم ٢-٤-٥ الجزء الأول ، أسس الاستقراء .

ملاحظات :

- (١) توجد اختبارات إحصائية لتحديد ما إذا كان التوزيع^(١) طبيعياً .
- (٢) يمكن استخدام توزيع ت أيضاً إذا كان توزيع المجتمع قريب من التوزيع الطبيعي ، حيث يكون الأثر من ذلك يمكن إهماله .
- (٣) إذا كان حجم العينة كبيراً ، أكبر من ٥٠ مثلاً يقترب توزيع ت من التوزيع الطبيعي - ويمكن استخدام هذا الأخير .
- (٤) في حالة المجتمعات ذات الألتواء الشديد ، مع حجم عينة صغيرة فإن الإجراءات السابقة لا يصح تطبيقها .

تطبيق (٣-١)

في بحث طبي على أحد المجتمعات - كان وقت تخثر الدم (Clotting time) من المعلومات المطلوب تحديدها .

تم سحب عينة عشوائية من إحدى عشر حالة - وسجلت الأوقات التالية بالدقيقة .

١١,٣	١١,٥	٩,٤	١١,٣	٧,٩	١٠,٩
٨,٦	١٢,٣	١٢,٧	١٥	١١,٩	

فإذا علم أن وقت تخثر الدم يتبع التوزيع الطبيعي ، أوجد ٩٥ ٪ فترة ثقة لمتوسط وقت تخثر الدم في كل من الحالات التالية :

- (أ) إذا علم أن تباين المجتمع هو ٣,٥ .
- (ب) إذا لم يكن التباين معلوماً .

(١) راجع الاستقراء حول التوزيع ، الباب الأول .

(أ)

$$\begin{aligned} \text{حدى الثقة} &= \bar{X} \pm \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ &= 196 \pm 11.164 \\ &= 1,106 \pm 11.164 \\ \text{حدود الثقة} &= (10, 12,3) \end{aligned}$$

(ب)

$$3,947 = \bar{Y}$$

$$1,987 = s$$

$$\begin{aligned} \text{حدى الثقة} &= \bar{X} \pm \frac{s}{\sqrt{n}} \\ &= 2,228 \pm 11.164 \\ &= 1,335 \pm 11.164 \\ \text{حدى الثقة} &= (9,8, 12,5) \end{aligned}$$

تطبيق (٣-٢)

في دراسة لمستوى الأجور في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين الاجتماعيين
بسحب عينة عشوائية من العاملين ، وكانت أجورهم (بالآلاف ريال) كما يلي :

$$4,7,4,6,5,4,7,5,6$$

والمطلوب تقدير متوسط الأجور في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ ٪ إذا علم أنه
مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي .

$$\bar{X} = \frac{\text{محصن}}{n} = 0,333$$

$$\bar{X} = \frac{1}{1-n} [\text{محصن} - \frac{2(\text{محصن})}{n}] = 1,0$$

$$\bar{X} = \sqrt{1,0} = 1,225$$

$$\text{حدود الثقة} = \bar{X} \pm t_{\alpha} \bar{X}$$

$$= \bar{X} \pm t_{\alpha} \frac{1,225}{\sqrt{9}}$$

$$= 0,333 \pm 2,306 (0,408)$$

$$= 0,964 \pm 0,333$$

$$\text{الحد الأعلى} = 0,333 + 0,964 = 1,297$$

$$\text{الحد الأدنى} = 0,333 - 0,964 = -0,631$$

تطبيق (٣-٣)

في دراسة لعدد حوادث السيارات في أحد المجتمعات - تم اختيار عدة مدن عشوائياً . وكان عدد الحوادث في اليوم كما يلي : ٢٥ ، ٣٠ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٤ والمطلوب تقدير متوسط عدد الحوادث في المجتمع بدرجة ثقة ٩٠٪ . إذا علم أن المجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي

$$\text{حدود الثقة} = \bar{X} \pm t_{\alpha} \bar{X}$$

$$\bar{X} = \frac{110}{5} = 22$$

$$٤٦,٥ = [\frac{٢(١١٠)}{٥} - ٢٦,٦] \frac{١}{٤} = ٢.$$

$$٦,٨١٩ = \sqrt{٤٦,٥} = ع$$

$$\sqrt{٥} / (٦,٨١٩) ٢,١٣٢ \pm ٢٢ = \text{حدود الثقة}$$

$$٦,٥ \pm ٢٢ =$$

$$(١٥,٥ , ٢٨,٥) = \text{حدود الثقة}$$

تطبيق (٤-٣)

في دراسة للأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية وكان دخل الأسرة الشهري كما يلي (بالآلف ريال) :

٤ ، ٥ ، ٧ ، ٤ ، ٥

٤ ، ٦ ، ٧ ، ٦

والمطلوب تقدير متوسط دخل الأسرة في هذا المجتمع بدرجة ثقة ٩٥٪ إذا علم أن مجتمع كبير ويتبع التوزيع الطبيعي .

$$٥,٣٣٣ = \frac{٤٨}{٩} = \frac{\text{مجموع}}{\text{ن}} = \bar{X}$$

$$١,٥ = [\frac{٢(٤٨)}{٩} - ٢٦٨] \frac{١}{٨} = ٢.$$

حدى الثقة = $\bar{m} \pm t_{\alpha} s$

$$\frac{1.5}{\sqrt{4}} \sqrt{2.306 \pm 0.333} =$$

$$0.941 \pm 0.333 =$$

الحد الأدنى = $0.941 - 0.333 = 0.608$

الحد الأعلى = $0.941 + 0.333 = 1.274$

٣-١-٢ اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع

تعد اختبارات الفروض حول متوسط المجتمع من الأهداف البحثية الهامة ،
وفيما يلي أمثلة لبعض الفروض :

متوسط إنتاج العامل ٥٦ وحدة في الأسبوع .

متوسط دخل الأسرة الشهري في مجتمع معين أكثر من ألف جنيه .

متوسط وقت عملية جراحية معينة ١٥ دقيقة .

متوسط عدد الحوادث في اليوم أكثر من ٢٥ .

متوسط درجات الطلبة في مجتمع معين أكبر من ٧٥ .

ونعرض فيما يلي مجموعة من الاختبارات كلها موجهة نحو اختبار الفرض
بأن متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة ، غير أن كل اختبار يتطلب شروطاً
معينة ، وفي حالة عدم توفرها تلجأ إلى تطبيق الاختبار التالي له وهكذا وبعد
الاختبار الطبيعي واختبارات من الاختبارات المعلمية Parametric بينما يعتبر
الاختبارين الآخرين ، ولكوكسون والإشارة من الاختبارات اللامعلمية Non
Parametric .

٣-١-٢-١ الاختبار الطبيعي Normal test

هذا الاختبار تم عرضه كنموذج مع تطبيقات إيضاحية في الجزء الثاني من الكتاب . وفيما يلي نعيد عرض خطوات الاختبار حتى يكون هذا الجزء وهو مخصص لأساليب الاستقرار شاملاً لكافة الأساليب .

خطوات الاختبار

(١) المشكلة :

إختبار الفرض بأن المتوسط الحسابي للمجتمع \bar{S} يساوي قيمة معينة S_0 .

(٢) الافتراضات :

أ - عينة عشوائية بسيطة .

ب - مستوى القياس للمتغير فترتي Interval .

ج - تباين المجتمع معلوم .

(٣) فرض العدم :

ف : $S = S_0$.

وهذا يكافئ تماماً استخدام الصيغة $S \geq S_0$ أو $S \leq S_0$ على

التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

(٤) الفرض البديل :

وهذا قد يأخذ أحد الصور التالية :

$$(أ) \text{ ف } : \text{ س } < \text{ س } .$$

$$(ب) \text{ ف } : \text{ س } > \text{ س } .$$

$$(ج) \text{ ف } : \text{ س } \neq \text{ س } .$$

(٥) إحصاء الاختبار

$$(٨-٣) \quad \text{ص} = \frac{\text{س} - \text{س} .}{\sigma \text{ س}}$$

حيث س هو متوسط العينة

$$(٩-٣) \quad \sigma \text{ س} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

وفي حالة السحب مع الإرجاع ، أو إذا كانت $\frac{n}{N} > ١ .$

$$(١٠-٣) \quad \sigma \text{ س} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{n - N}{1 - N} \right)}$$

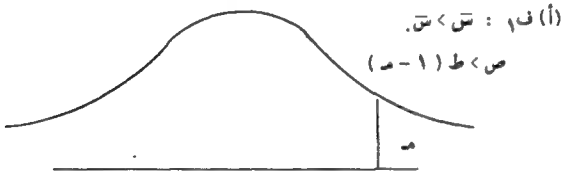
في حالة السحب بدون إرجاع

(٦) توزيع المعاينة

تقرر النظريات^(١) الإحصائية أن \bar{X} يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره μ وانحراف معياري σ . وبذلك فإن توزيع المعاينة للإحصاء \bar{X} يكون هو التوزيع الطبيعي المعياري .

(٧) قاعدة القرار

بفرض أن مستوى المعنوية (α) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة \bar{X} في منطقة القبول . ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة \bar{X} في منطقة الرفض ، وكما هي موضحة في كل حالة مما يلي :



(ب) $F_2 : \bar{X} > \bar{X}_c$

$\bar{X} > \mu$

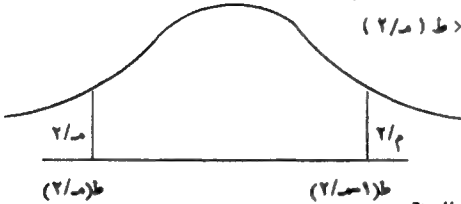
\bar{X}_c

(١) الجزء الأول ، القسم (٤-٢-٢) .

(ج) ف : س \neq س.

ص < ط (١ - م / ٢)

أو ص > ط (م / ٢)



(أ) سحب العينة

تسحب عينة عشوائية بسيطة من المجتمع .

(٩) قيمة الإحصاء

يتم حساب قيمة الإحصاء المشاهدة كما هو موضح في الخطوة (٥) .

(١٠) نتيجة الاختبار

وتحدد كما هو موضح في الخطوة (٧) .

٣-١-٢-٢ اختبارات T-test

غالباً يكون تباين المجتمع غير معلوم . وإذا كان حجم العينة كبيراً فإنه

يمكن استخدام الاختبار الطبيعي . ولكن إذا كان حجم العينة صغيراً فإننا

نستخدم اختبارات وهو يشابه الاختبار الطبيعي في كافة خطواته غير أنه

يستخدم التوزيع ت بدلاً من التوزيع الطبيعي .

الافتراضات :

(١) العينة عشوائية بسيطة .

(٢) العينة مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي . وهذا الافتراض يجب التحقق منه باستخدام اختبار إحصائي مناسب ، كاختبار ليليفورز^(١) . Lilliefors test

(٣) مستوى القياس فترى

تطبيق (٣-٥)

باستخدام بيانات العينة في تطبيق (٣-١) والخاص بوقت تخثر الدم ، وإذا كان التباين غير معلوم ، المطلوب اختبار الفرض :

ف . : متوسط وقت تخثر الدم يساوى عشر دقائق

ف١ : المتوسط لا يساوى عشر دقائق .

وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

بالرجوع للحل بالتطبيق السابق نجد أن :

$$s = 11.164$$

$$s^2 = 1.987$$

الإحصاء المستخدم هنا هو :

$$t = \frac{s^2 - s_0^2}{s_0^2 / n} = \frac{1.987 - 1.0}{1.0 / 11} = 1.942$$

(١) راجع الاستقراء حول التوزيع ، الباب الأول .

وحيث أن هذا الرقم أقل من ت. ١ (٠,٩٧٥) = ٢,٢٢٨ فإننا لا نرفض فرض العدم .

تطبيق (٣-٦)

في أحد المصانع يستغرق إنتاج الوحدة ٣٥ دقيقة ، ولغرض تخفيض وقت الإنتاج تم تدريب بعض العمال ، وقد سجلت أوقات الإنتاج التالية من عينة عشوائية : ٢٧ ، ٢٨ ، ٢٩ ، ٣٤ ، ٣٣ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣١ ، ٣٦

فهل يعني ذلك أن التدريب يخفض من وقت الإنتاج ؟

ملحوظة : استخدم مستوى معنوية ١ %

$$\text{ف. : } \bar{س} = ٣٥ \quad \text{ف. ١ : } \bar{س} > ٣٥$$

$$ت = \frac{\bar{س} - \bar{س.}}{\bar{س.}}$$

$$\bar{س} = \frac{٢٧٩}{٩} = ٣١ ، \quad \bar{س} = ١٣,٥ = \frac{٢}{٩} ، \quad \bar{س} = ٣,٦٧$$

$$ت = \frac{٣٥ - ٣١}{٣ / ٣,٦٧} = ٣,٢٦$$

$$ت (٠,١) = - = ت (٠,٩٩) = - ٢,٨٩٦$$

وبذلك نرفض فرض العدم ، أي أن وقت الإنتاج ينخفض بتدريب العمال .

٣-١-٢-٣ اختبار ولوكسون Wilcoxon test

في حالة عدم توافر شروط اختبار ت يعد اختبار ولوكسون (١٩٤٥) أفضل اختبار متاح لاختبار الفرض حول المتوسط . وكفاءة هذا الاختبار ٩٥٥ . بالنسبة لاختبار ت وفي بعض الحالات تصل إلى واحد صحيح .
الافتراضات :

(١) عينة عشوائية بسيطة .

(٢) المتغير قياسه فترى Interval .

(٣) توزيع المجتمع متماثل أو قريب من التماثل . إن هذا الافتراض يجعل الاختبار ملائماً لكل من الوسيط والمتوسط الحسابي باعتبار أنه بهذا الشرط تساوى قيمتهما .

فرض العدم : $F_0 : \bar{S} = \bar{S}_0$

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

(أ) $F_1 : \bar{S} < \bar{S}_0$

(ب) $F_2 : \bar{S} > \bar{S}_0$

(ج) $F_3 : \bar{S} \neq \bar{S}_0$

احصاء الاختبار :

(١) تحسب الفروق (ف) بين قيم المشاهدات وبين المتوسط المفترض .

$T = S - \bar{S}_0$ (٣-١١)

(٢) يتم تجاهل الفروق الصفرية ، وتمطي الفروق المتبقية رتباً حسب ترتيبها تصاعدياً بعد تجاهل الإشارة . وفي حالة وجود قيم مكررة فإن كل منها تمطي رتبة تعادل المتوسط الحسابي لرتب القيم المكررة .

(٣) احصاء ولكوكسون ونرمز له بالرمز W ، يعرف بأنه مجموع الرتب المرجبة ، وهو متغير عشوائي متقطع Discrete أو غير مستمر .

توزيع المعاينة :

باعتبار أن فرض العدم صحيح مع توافر الافتراضات الموضحة أعلاه ، فإن إحصاء ولكوكسون يتبع توزيع احتمالي خاص يطلق عليه توزيع احصاء ولكوكسون للرتب المؤشرة (الجداول الإحصائية - جدول ١٠) .

قاعدة القرار :

بفرض أن مستوى المعنوية α ، تكون قاعدة القرار كما يلي ، وهي تتوقف على الفرض البديل .

الفرض البديل	نرفض الفرض إذا كان :
$\pi < \pi_0$	$W \geq W_{\alpha}$ حيث $W_{\alpha} = W_{\alpha, n_1, n_2}$
$\pi > \pi_0$	$W \leq W_{\alpha}$ حيث $W_{\alpha} = W_{\alpha, n_1, n_2}$
$\pi \neq \pi_0$	$W \geq W_{\alpha/2}$ أو $W \leq W_{\alpha/2}$ حيث $W_{\alpha/2} = W_{\alpha/2, n_1, n_2}$
	$W \leq W_{\alpha/2}$ حيث $W_{\alpha/2} = W_{\alpha/2, n_1, n_2}$

ويجب ملاحظة أن الجدول الخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون جدول (١٠) ،
يعرض فقط جانباً واحداً وهو ح (و ≥ ١) غير أن المعلومات عن الجانب الآخر
يمكن الحصول عليها من العلاقة :

$$(١٢-٣) \quad ١٥ - \frac{(١ + ن) ن}{٢} = ٢٥$$

تطبيق (٧-٣)

تقوم إحدى شركات الأدوات الكهربائية بإنتاج وتسويق اللمبات الكهربائية ذات المائة واط - وتدعى الشركة أن كمية الكهرباء التي تستهلكها اللبة في عشرة دقائق أقل من ٥٠ وحدة . تريد إحدى الهيئات استيراد كميات كبيرة من هذه اللمبات بشرط أن تكون كمية الكهرباء أقل من ٥٠ وحدة . قامت الهيئة بتجربة ١٢ لمبة وسجلت كمية الكهرباء المستهلكة كما يلي : ٤٩,١ ، ٤٩,٢ ، ٤٨,٨ ، ٤٩,٧ ، ٥١,٨ ، ٤٩,٣ ، ٤٨,٩ ، ٤٨,٧ ، ٤٩,٦ ، ٤٩,٤ ، ٤٩,٠ . والمطلوب اختبار الفرض المناسب بمستوى معنوية ٠,٠١ إذا علم أن توزيع المجتمع متماثل .

الحل : يمكن اختبار الفرض حول المتوسط الحسابي أو الوسيط وذلك باعتبار أنهما يتساويان في التوزيعات المتماثلة .

$$ف. : س = ٥٠$$

$$ف. : س > ٥٠$$

احصاء الاختبار :

من المناسب استخدام اختبار ولكوكسون . نحسب الفروق س - ٥٠

٨- ، ، ٩- ، ، ١- ، ٢- ، ٣- ، ٨ ، ١- ، ٧- ، ، ١- ، ٣- ، ٤- ، ، ٦- ، ، ١- ، ٥ ، ١ وتكون الرتب المناظرة كما يلي (دون مراعاة الإشارة) ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢ ، ٣ ، ٧ ، ١١ ويكون مجموع الرتب الموجبة $12 + 11 = 23$ وهذه هي قيمة احصاء ولكوكسون المشاهدة .

وبالرجوع لكتاب المداول الاحصائية ، جدول ١٠ والخاص بتوزيع احصاء ولكوكسون نجد أن : ح ($9 \geq$) = ٨١ ، ، ، .
أي أن الهيئة لا تستطيع رفض فرض العدم ، أي أنها لن تقوم بالشراء .

تطبيق (٣-٨)

تقوم إحدى الشركات تعليب الطماطم وبيعها في عبوات تزن الواحدة ٤٦ أوقية وليس من المرغوب فيه أن يكون متوسط وزن العبوة أكبر أو أقل من ٤٦ أوقية تم سحب عينة عشوائية من ١٠ عبوات وكان وزنها كما يلي :

٤٥,٦٣ ٤٥,٨٢ ٤٥,٧٧ ٤٥,٨٠ ٤٦,٢١

٤٦,٠٧ ٤٦,١٦ ٤٥,٩١ ٤٥,٨٧ ٤٦,٠٣

والمطلوب اختبار الفرض أن المتوسط هو ٤٦ باستخدام اختبار ولكوكسون للرتب بالإشارة مستخدماً ٥٪ مستوى معنوية .

الحل :

$$ف. : س = ٤٦$$

$$١. : س \neq ٤٦$$

الرتبة (بدون إشارة)	س - ٤٦	س
١٠	- , ٣٧	٤٥, ٦٣
٦	- , ١٨	٤٥, ٨٢
٩	- , ٢٣	٤٥, ٧٧
٧	- , ٢٠	٤٥, ٨٠
٨	+ , ٢١	٤٦, ٢١
٢	+ , ٠٧	٤٦, ٠٧
٥	+ , ١٦	٤٦, ١٦
٣	- , ٠٩	٤٥, ٩١
٤	- , ١٣	٤٥, ٨٧
١	+ , ٠٣	٤٦, ٠٣

و = مجموع الرتب المرجبة = ١٦

$$ح (و \geq ٨) = ٠,٠٢٤٤ أي أن و = ٨$$

$$٤٧ = ٨ - \frac{(١١) ١٠}{٢} = ١٥ - \frac{(١ + ن) ن}{٢} = ٢٥$$

أي أن منطقة الرفض هي : $و \geq ٨$ أو $و \leq ٤٧$
 وحيث أن قيمة (و) الملاحظة = ١٦ وهي لا تقع في منطقة الرفض - ولذا
 لا نرفض فرض العدم .

تطبيق (٩-٣)

في دراسة لاستهلاك السيارات للوقود ، تم جمع بيانات عن ١٢ سيارة من
 موديل معين . سحبت عشوائياً - وكانت عدد الأميال للجالون كما يلي :

٢٠,١ ٢١ ٢٠,٤ ١٨,١ ١٩ ١٧,٨

٢٠,٣ ١٩,٢ ٢١,٥ ١٩,٧ ٢٠ ١٨,٢

والمطلوب اختبار الفرض القائم على أدعاء الشركة بأن الوسيط هو ٢٠,٥
 ميل للجالون بمستوى معنوية ٥ %

القيم الملاحظة	القيمة - ٢٠,٥	رتب الفرق
٢٠,١	- ٠,٤	٣
٢١	٠,٥	٤,٥
٢٠,٤	- ٠,١	١
١٨,١	- ٢,٤	١١
١٩	- ١,٥	٩
١٧,٨	- ٢,٧	١٢
٢٠,٣	- ٠,٢	٢
١٩,٢	- ١,٣	٨
٢١,٥	١	٧
١٩,٧	- ٠,٨	٦
٢٠	- ٠,٥	٤,٥
١٨,٢	- ٢,٣	١٠

$$و = 5 و 11$$

$$ن = 12$$

من جدول (١٠) ح (و > ١٧) = ٤٦١ - و

أي إننا نرفض فرض النعم .

تطبيق (٣ - ١٠)

لإختيار فاعلية عقار مسكن تم إعطاء جرعات متساوية لسبعة فئران ، وبعد نصف ساعة تم تعريضهم لصدمات كهربائية يزداد فيها القوالت تدريجياً ، وتم تسجيل أقل قوالت يؤدي الى إنتفاضة عصبية ، وكانت كما يلي : ٩٨ ، ١٠٧ ، ١١٢ ، ٩٣ ، ١٤٩ ، ٨٥ ، ١٣٣ وتوضح الدراسات السابقة أن توزيعها متماثل . والمطلوب إختبار ما إذا كان المتوسط الحسابي (أو الوسيط) للمجتمع ٩٥ بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل:

$$ب : س = ٩٥$$

$$ف : س = ٩٥$$

$$س - ٩٥ : ٣ ، ١٢ ، ١٧ ، ٢ - ، ٥٤ ، ١ - ، ٣٧$$

الرتبة بدون الإشارة : ٦ ، ٣ ، ٧ ، ١ ، ٥ ، ٤ ، ٢ :

مجموع الرتب الموجبة : و = ٢٤

من جدول (١٠) ح (و > ٢) = ٠٣٣٤ و

$$٢ = ١٠$$

$$٢ = \frac{٥(١ + ٥)}{٢} - ١$$

$$٢٦ = ٢ - \frac{(٨) ٧}{٢} =$$

منطقة الرفض و $٢ \geq$ ، و $٢٦ \leq$

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهدة (٢٤) ، أي لا تقع في منطقة الرفض ،
ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٣-١١)

فيما يلي عينة بدرجات مجموعة من الطلبة في أحد الاختبارات ، والمطلوب
اختبار الفرض بأن متوسط الدرجات هو ٥٤ بمستوى معنوية ٥ ٪ إذا علم أن
توزيع الدرجات متماثل .

٦٠ ، ٤٢ ، ٣٦ ، ٥٥ ، ٤٦ ، ٦١ ، ٤٣ ، ٥٢ ، ٣٨ ،

٦٤ ، ٣٩ ، ٤٥ ، ٥١ ، ٨٢ ، ٤١ ، ٥٨ ، ٢٩ ،

الحل :

ف : $\bar{X} = ٥٤$

ف١ : $\bar{X} \neq ٥٤$

الفروق ف = $\bar{X} - ٥٤$

٦ ، ١٢- ، ١٨- ، ١ ، ٨- ، ٧ ، ١١- ، ٢- ، ١٦-

١٠- ، ١٥- ، ٩- ، ٣- ، ٢٨ ، ١٣- ، ٤ ، ٢٥-

الرتب المؤشرة

٥ ، ١١- ، ١٥- ، ١ ، ٧- ، ٦ ، ١٠- ، ٢- ، ١٤-

٩ ، ١٣- ، ٨- ، ٣- ، ١٧ ، ١٢- ، ٤ ، ١٦-

مجموع الرتب الموجبة و = ٤٢

بالرجوع للجدول (١٠) : ح (و ≥ ٣٤) = ٠.٢٢ ،

∴ و = ٣٤

$$١١٩ = ٣٤ - \frac{(١٨) ١٧}{٢} = ١٩ - \frac{(١ + ن) ن}{٢} = ٢$$

أي أن (و) لا تقع في منطقة الرفض ، وذلك لاستطيع رفض فرض العدم .

اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

بالرغم من وجود جداول لتوزيع ولكوكسون حتى حجم عينة^(١) ن = ٥٠ فإن تقريب التوزيع الطبيعي تعتبر نتائجه معقولة بدءاً من ن = ٢٠ وأحياناً لأقل من هذا العدد ، وعلى أي حال فإنه إذا ظهرت النتيجة قريبة من القيمة الحرجة فإنه من المرغوب فيه تطبيق الاختبار الأصلي Exact ، وهذه التحفظات ليست ضرورية إذا كانت ن ≤ ٣٠ وحتى في الحالات الأقل من ذلك طالما كانت النتيجة بعيدة عن القيمة الحرجة .

وفي هذه الحالة فإن (و) يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط و وتباين σ^2 و

حيث :

(١) Bradley, J. V

$$\bar{X} = 4 / (1 + n) = 4 / (13 - 3) \quad (3-13)$$

$$S^2 = 24 / (1 + n)(1 + 2n) = 24 / (1 + 13)(1 + 2 \cdot 13) \quad (3-14)$$

$$S = \frac{0.5 \pm 0.5 - \bar{X}}{S} = 0.5 \quad \text{وعلى ذلك فإن} \quad (3-15)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

وباعتبار أن احصاء ولكوكسون غير مستمر ، تم إضافة ٠,٥ معامل تصحيح الاستمرار Continuity correction للصيغة أعلاه وذلك يزيد من دقة^(١) النتائج ، وهذا المعامل لا يكون له تأثير فعال ويمكن إهماله إذا كان حجم العينة كبيراً .

تطبيق (٣-١٢)

المطلوب إجابة التطبيق (٣-١١) والخاص بدرجات الاختبار باستخدام تقريب التوزيع الطبيعي .

$$\text{الحل : } \bar{X} = 4 / (1 + n) = 4 / (1 + 18) = 4 / 19 = 0.21, 05$$

$$S^2 = 24 / (1 + n)(1 + 2n) = 24 / (1 + 19)(1 + 2 \cdot 19) = 24 / (20 \cdot 39) = 0.0308$$

$$S = \frac{0.5 \pm 0.5 - \bar{X}}{S} = \frac{0.5 - 0.21, 05}{0.1755} = 1.61$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي

(١) راجع الجزء الأول ، القسم (٢-٤-٤) .

$$ط (0.025) = - ط (0.975) = - 1.96$$

أي أن القيمة المشاهدة لا تقع في منطقة الرفض ، وعلى ذلك فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٣-٢-٤ اختبار الإشارة

يستخدم اختبار الإشارة لاختبار الفرض بأن الوسيط أو متوسط المجتمع يساوى قيمة معينة ، وذلك باستبدال أي قيمة تزيد عن \bar{S} بإشارة (+) ركل مشاهدة أقل بإشارة (-) مع حذف المشاهدات التي تساوى \bar{S} ، أي حذف الفروق الصفرية .

الافتراضات :

١. عينة عشوائية بسيطة .
 ٢. المتغير مستمر .
 ٣. مستوى القياس ترتيبى .
 ٤. توزيع المجتمع متماثل .
- والشرط الأخير يكون مطلوباً في حالة الاختبار حول المتوسط الحسابي ، إذ أنه في هذه الحالة يتساوى الوسيط والمتوسط الحسابي .

الفروض :

إن فرض العدم $S = \bar{S}$ يكون مكافئاً لاختبار الفرض بأن $Q = \frac{1}{4}$ حيث Q هي نسبة الإشارات الموجبة ، وكذلك فإن الفروض البديلة يمكن التعبير عنها كما يلي :

$$S \neq \bar{S} \text{ يكافئ } Q \neq \frac{1}{4}$$

$$S > \bar{S} \text{ يكافئ } Q > \frac{1}{4}$$

$$س < س. \text{ يكافئ } ق < \frac{1}{4}$$

أي أن الاختبار ماهر إلا حالة خاصة من اختبار ذي الحدين مع $ق = \frac{1}{4}$
منطقة الرفض :

باعتبار أن (م) مستوى المعنوية فإن منطقة الرفض تكون كما يلي :

(أ) حالة الاختبار من جانبين : حيث يكون الفرض البديل $ق \neq \frac{1}{4}$ فإن
منطقة الرفض تكون $ص \geq ١$ ، $ص \leq ٢$

حيث $ص ١$ هو أكبر عدد صحيح ، $ص ٢$ هو أصغر عدد صحيح ، حيث :

$$ح.ن.٥. ، (ص١) \geq ٢/م \quad (١٦-٣)$$

$$ح.ن.٥. ، (ص٢) \leq ١ - ٢/م \quad (١٧-٣)$$

(ب) حالة الاختبار من جانب واحد ، إذا كان الفرض البديل $ق > \frac{1}{4}$
نستخدم الصيغة (١٦-٣) وإذا كان الفرض البديل $ق < \frac{1}{4}$ نستخدم الصيغة
(١٧-٣) مع استخدام م بدلاً من ٢/م .

ملاحظات :

(١) يعد هذا الاختبار من أقدم الاختبارات اللامعلمية ، وقدمه أربوثنوت
Arbuthnott, J. عام ١٧١٠ م ، وقد طبقه على سجلات احصاءات المواليد في
لندن ، لاختبار الفرض بأن نسبة المواليد الذكور تفوق نسبة الإناث خلال الفترة .
ويمكن اعتبار اختبار الإشارة النموذج الرائد لكل الاختبارات الإحصائية
(معلمية وغير معلمية) .

(٢) الكفاءة النسبية للاختبار ٧٥ ٪ بالمقارنة باختبار

تطبيق (٣-١٣)

في دراسة لتحديد درجة الأوكتين Octane rating في البنزين تم الحصول على البيانات التالية من عينة عشوائية :

١٠١,٧ ، ١٠٢,٥ ، ١٠١,٨ ، ١٠٣,٣ ، ١٠١

٩٩,٤ ، ١٠٥,٣ ، ١٠٤,٥ ، ١٠١,١ ، ٩٨,٢

١٠٣,٦ ، ١٠٠,٠ ، ١٠٠,٣ ، ١٠٠,٩ ، ١٠٢,٤

والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجة الأوكتين لهذا النوع من البنزين هو ١٠٠ ضد الفرض البديل أن درجة الأوكتين أكبر من ذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥

الحل : الفروض

الأصلية : H_0 : $\mu = 100$ ، H_1 : $\mu < 100$

حسب اختبار الإشارة : H_0 : $\mu = 100$ ، H_1 : $\mu < 100$

احصاء الاختبار ، عدد الإشارات الموجبة (عدد حالات النجاح) : نحسب

الفروق $S = 100$ ونعبر عن النتيجة بالإشارة المناسبة :

+	+	+	+	+
-	+	+	+	-
+	.	+	+	+

$n = 14$ (بعد استبعاد الفروق الصفرية)

توزيع المعاينة : توزيع ^(١) ذي الحدين ، $n = 14$ ، احتمال النجاح $= \frac{1}{4}$

(١) راجع الجزء الأول ، القسم (٢-٤-٢) .

عدد الإشارات الموجبة ص ١٢

منطقة الرفض : ص \leq ص ٢ حيث ص ٢ أصغر عدد صحيح بحيث :

$$ح ٥,١٤ \dots (ص ٢ - ١) < ٩٥,٠$$

$$\text{من جدول } ١٠ \quad , \quad \text{ص } ١ - ٢ = ١٠ \quad , \quad \text{ص } ٢ = ١١$$

وحيث أن قيمة ص المشاهدة = ١٢ أي تقع في منطقة الرفض ، لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تطبيق (٣-١٤)

باستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٣-١١) ، المطلوب اختبار الفرض باستخدام اختبار الإشارة .

الحل :

$$\text{ف. : } س = ٥٤$$

$$\text{ف. : } س \neq ٥٤$$

نقوم بحساب الفروق ص - ٥٤ ونسجل الإشارة المناسبة

$$\begin{array}{cccccccc} - & - & - & + & - & + & - & - & + \\ & & & & - & + & - & - & + \end{array}$$

احصاء الاختبار ص = عدد الإشارات الموجبة (المشاهد ٦) ويصبح الفرض :

$$\text{ف. : } ق = \frac{1}{4}$$

$$\text{ف. : } ق \neq \frac{1}{4} \quad \text{عدد المحاولات } ن = ١٧$$

منطقة الرفض : $ص \geq ١$ ، $ص \leq ٢$

حيث $ص ١$ أكبر عدد صحيح حيث $٠.٥, ١٧ ح (ص ١) > ٠.٢٥$:

$ص ٢$ أصغر عدد صحيح حيث $٠.٥, ١٧ ح (ص ٢ - ١) < ٠.٩٧٥$.

من جدول توزيع ذي الحدين المتجمع (جدول ٨) نجد أن :

$$ص = ١ = ٤ ، ص - ١ = ١٢ أي أن ص = ٢ = ١٣$$

وحيث أن قيمة $ص$ المشاهدة $= ٦$ لا تقع في منطقة الرفض فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

اختبار الإشارة للعينات الكبيرة

إذا كان حجم العينة كبيراً ، يمكن استخدام تقرب التوزيع الطبيعي ، وفي هذا الاختبار تكون النتائج متقاربة ، بدءاً من حجم عينة أكبر من عشر وحدات ($ن > ١٠$) وفي هذه الحالة يمكن استخدام الإحصاء التالي ، وهو يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

$$ط = \frac{ص \pm ٠.٥ - ٠.٥}{\sqrt{٠.٥}} \quad (٣-١٨)$$

حيث $ص$ عدد الإشارات الموجبة ، $ن$ عدد المشاهدات أو الإشارات (غير الصفرية) .

ويلاحظ أن القرار ± ٠.٥ في الصيغة أعلاه هو التصحيح المطلوب للمجتمع المستمر وتتم الإضافة في حالة $ص > ٠.٥$ $ن$ والطرح في حالة $ص < ٠.٥$ $ن$.

تطبيق (٣-١٥)

البيانات التالية تخص عينة من مجتمع مستمر ، والمطلوب باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ اختبار الفرض أن الوسيط = ١٥ ضد الفرض البديل أن الوسيط ليس ١٥ .

٢٠	١٦	١٥	١٧	١٠	٨
١٥	١٨	١٠	١٠	٩	١١
١٢	١٤	١٣	١٩	١٢	١١

ف. : و = ١٥

ف١ : و ≠ ١٥

نوجد الفروق : ص - ١٥ ونسجل الإشارات

+	+	.	+	-	-
.	+	-	-	-	-
-	-	-	+	-	-

يمكن استخدام تقريب التوزيع الطبيعي

الاحصاء ص = عدد (الإشارات الموجبة) (تستبعد الفروق الصفرية) .

$$\therefore \text{ص} = ٥ \quad \text{ن} = ١٦$$

$$\frac{(16) \cdot 0,5 - 0,5 + 0}{16 \sqrt{0,5}} = \frac{ص \cdot 0,5 - 0,5 + ص}{ن \cdot 0,5} = ص$$

$$1,25 - = \frac{2,5 -}{2} =$$

وحيث أن الرقم لا يقع في منطقة الرفض (أقل من - ١,٩٦)
 ∴ نقبل الفرض ف.

٢-٣ مقارنة متوسطين : بيانات مرتبطة

١-٢-٣ مقدمة

حالة البيانات المرتبطة تكون عند وجود علاقة بين العنيتين ، أي أن سحب أحدهما لا يكون مستقلاً عن سحب الأخرى ، وتحديد أكثر يكون ذلك عند وجود علاقة تناظرية One - to - one relationship بين وحدات عينة والوحدات بعينة أخرى . وتسمى هذه الحالة بالمقارنة الزوجية Paired comparison ويمكن تقسيمها إلى نوعين : المجموعات المتناظرة ، مجموعات العينة الواحدة .

(أ) المجموعات المتناظرة Matched groups

ويكون التناظر على مستويات مختلفة يمكن عرضها فيما يلي :

(١) تناظر بسيط Simple matching للأزواج تبعاً للخاصية محل الفحص فمثلاً عند مقارنة كفاءة نوعين من العلاج لمشكلة السمنة ، وبفرض أنه معلوم من دراسات سابقة أو من تجارب استطلاعية أن هذه الكفاءة تعتمد على وزن المريض ، فإن ذلك يتطلب عمل أزواج من المرضى تبعاً لأوزانهم عند بداية

التجربة ، مع تخصيص علاج لواحد من الزوج والعلاج الآخر للمريض الثاني ، وذلك بصورة عشوائية .

(٢) التناظر المتماثل Symmetrical matching : ويبدو ذلك بصورة مكثفة في التطبيقات الحيوية ، فمثلاً عند مقارنة تأثير نوعين من علاج الأمراض الجلدية فإنه يتم تطبيق كل منها على المريض بحيث يكون كل علاج بجهة مختلفة من جسمه .

(٣) العينات المنشقة Split samples : وهنا يتم تقسيم كل وحدة من وحدات العينة إلى قسمين ، مثلاً قطع من الخشب ، الورق ، حديد ، مادة كيميائية ، وذلك عند مقارنة طريقة جديدة بطريقة قائمة .

(ب) مجموعات العينة الواحدة Single sample groups

وهنا يتم فحص كل وحدة من وحدات العينة في مناسبتين مختلفتين ، وتبدو في الحالات التالية :

(١) معاملات مختلفة Different treatments : كما في حالة مقارنة نوعين من البنزين على عينة من السيارات لقياس كفاءة كل منها بالنسبة للمسافة المقطوعة . وفي هذا التصميم يلزم الحذر خاصة في التجارب الحيوية بحيث لا تؤثر المعاملة الأولى على نتائج المعامل الثانية .

(٢) طرق مختلفة : كما في حالة تطبيق طريقتين للاختبار ، شفهي وتحريري مثلاً .

(٣) مشاهدين مختلفين Different observers : كما في حالة مقارنة نتائج مصححين مستقلين لعينة من التلاميذ .

(٤) ظروف مختلفة Different occasions : قبل وبعد Before and after حدث معين قد يؤثر على وحدات العينة .

٣-٢-٢ اختبار - ت - الزوجي

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين وكما سبق أيضاحه .

الافتراضات :

(١) عينة عشوائية بسيطة .

(٢) مستوى القياس فترى .

(٣) الفروق $d = س١ - س٢$ تتبع التوزيع الطبيعي .

فرض العدم :

$$ف. : س١ = س٢.$$

وهذا يكافئ استخدام الصيغ $س١ \geq س٢$ أو $س١ \leq س٢$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل :

قد يأخذ أحد الصور التالية :

$$(أ) ف١ : س١ < س٢$$

$$(ب) ف١ : س١ > س٢$$

$$(ج) ف١ : س١ \neq س٢$$

وهذه المشكلة يمكن تحويلها إلى فرض يتعلق بعينة واحدة وذلك باستخدام الفروق بين المشاهدات .

$$(٣-١٩)$$

$$د = س١ - س٢$$

ويكون متوسط الفروق في العينة :

$$\bar{d} = \bar{1} - \bar{2} \quad (20-3)$$

ومتوسط الفروق في المجتمع :

$$\bar{d} = \bar{1} - \bar{2} \quad (21-3)$$

وبذلك تكون الفروض مكافئة للفروض التالية :

فرض العدم :

$$H_0 : \bar{d} = \text{صفر}$$

وهذا يكافئ استخدام الصيغ $\bar{d} \geq \text{صفر}$ أو $\bar{d} \leq \text{صفر}$ على التوالي

بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه :

الفرض البديل :

قد يكون أحد الصور التالية :

$$(أ) \quad H_1 : \bar{d} < \text{صفر}$$

$$(ب) \quad H_1 : \bar{d} > \text{صفر}$$

$$(ج) \quad H_1 : \bar{d} \neq \text{صفر}$$

احصاء الاختبار

(٢٢-٣)

$$\frac{\bar{d}}{\bar{d}^*} = \text{ص}$$

وهو يتبع توزيع - ت ب درجات حرية ن - ١ حيث \bar{d} هو الانحراف المعياري للمتوسط الفروق .

(٢٣-٣)

$$\frac{d^*}{\sqrt{n}} = \bar{d}^*$$

واستخدام معامل التصحيح كما سبق إيضاحه في الصيغة (٣-٣) .

قاعدة القرار : بفرض أن مستوى المعنوية (م) ، يقبل فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة القبول ويرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة ص في منطقة الرفض وكما هي موضحة فيما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل ، وذلك تبعاً لتوزيع ت - جدول (٣) بالمجداول الإحصائية .

منطقة الرفض	الفرض البديل
ص < ت-ن-١ (١-م)	$\bar{d} < \text{صفر}$
ص > ت-ن-١ (١-م)	$\bar{d} > \text{صفر}$
ص ≥ ت-ن-١ (١-م/٢)	$\bar{d} \neq \text{صفر}$
ص ≤ ت-ن-١ (١-م/٢)	

تطبيق (٣-١٦)

في دراسة لتأثير إحدى المعاملات على تخفيض ضغط الدم الانتقباضي ، تم القياس قبل وبعد المعاملة لإثنى عشر من المرضى ذوى الضغط المرتفع ، ودونت القياسات بالجدول أدناه والمطلوب اختبار الفرض بأن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم بمستوى معنوية ١ % .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

المريض	قبل (س١)	بعد (س٢)	د = س١ - س٢
١	١٦٤	١٤٥	١٩
٢	١٧٩	١٨٢	٣ -
٣	١٩٧	١٩٧	.
٤	١٧٥	١٥٩	١٦
٥	١٦٥	١٥١	١٤
٦	١٧٢	١٧٤	٢ -
٧	١٦٦	١٥٢	١٤
٨	١٨٩	١٥٣	٣٦
٩	١٦٤	١٥٣	١١
١٠	١٥٨	١٥١	٧
١١	١٩٧	١٩٣	٤
١٢	١٨٢	١٨٣	١ -
			١١٥

الحل : نعتبر أن س١ ، س٢ المتوسطان الحسابيان لضغط الدم قبل وبعد المعالجة ، ن = ١٢ ، م = ٠.٠١ .

$$٠. : س١ = س٢ = ٢ \text{ ويكافئ } ٣ = \text{ صفر}$$

$$١. : س١ < س٢ < ٢ \text{ ويكافئ } ٣ < \text{ صفر}$$

نوجد الفرق د وهو القياس قبل المعالجة ناقصاً القياس بعد المعالجة ، وبالحساب نجد أن :

$$٩.٥٨ = ٣ ، ١١.٢٩ = د$$

$$٢.٩٤ = \frac{٠ - ٩.٥٨}{١٢. \sqrt{}} / ١١.٢٩ = \text{ ص}$$

وبالرجوع لجدول توزيع ت ، جدول (٣) نجد أن ت١١ (٠.٩٩) = ٢.٧١٨ وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد ٢.٩٤ أكبر منها تكون النتيجة معنوية ، ونرفض فرض العدم بتساوي ضغط الدم قبل وبعد المعاملة ، ونقبل الفرض البديل باعتبار أن المعاملة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم .

تطبيق (٣-١٧)

عشرة من المعينين حديثاً بوحدة الجيش تم إلحاقهم بأحد البرامج التدريبية وسجلت أوزانهم قبل وبعد التدريب . وكانت كما يلي :

بعد	قبل	بعد التدريب	قبل التدريب
٢٠٠	٢٠٥	١٣٥	١٢٧
١٧٢	١٦٨	٢٠٠	١٩٥
١٨٦	١٧٥	١٦٠	١٦٢
١٩٤	١٩٧	١٨٢	١٧٠
١٤١	١٣٦	١٤٧	١٤٣

باستخدام مستوى معنوية ٥ ٪ . هل يمكن أن نقرر أن البرنامج يؤثر على
المتدربين الجدد .

الفروض H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$

تكافئ H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$

حجم العينة $n = 10$ مستوى المعنوية $\alpha = 0.05$

حيث أن القياسات (المتغيران) تحدث في أزواج نستخدم الإحصاء :

$$t = \frac{\bar{d}}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} \text{ والذي يتبع توزيع تـ } n - 1$$

منطقة الرفض : $t \geq t_{\alpha/2} (n-1) = 2.262$

أو $t \leq -t_{\alpha/2} (n-1) = -2.262$

الوزن قبل	بعد	د	٢د
١٢٧	١٣٥	٨ -	٦٤
١٩٥	٢٠٠	٥ -	٢٥
١٦٢	١٦٠	٢	٤
١٧٠	١٨٢	١٢ -	١٤٤
١٤٣	١٤٧	٤ -	١٦
٢٠٥	٢٠٠	٥	٢٥
١٦٨	١٧٢	٤ -	١٦
١٧٥	١٨٦	١١ -	١٢١
١٩٧	١٩٤	٣	٩
		٥ -	٢٥
		٣٩ -	٤٤٩

$$٣,٩ - = \frac{٣٩ -}{١٠} = \frac{\text{محد}}{\text{ن}} = \bar{د}$$

$$\left\{ \frac{٢(\text{محد})}{\text{ن}} - ٢\text{محد} \right\} \frac{١}{١ - \text{ن}} = \bar{د}٢$$

$$٣٢,٩٨٩ = \left[\frac{٢(٣٩ -)}{١٠} - ٤٤٩ \right] \frac{١}{٩} =$$

$$٥,٧٤٤ = \sqrt{٣٢,٩٨٩} = \bar{د}$$

$$٢,١٤٧ - = \frac{٣,٩ -}{١٠ \sqrt{٥,٧٤٤}} = \frac{\bar{د}}{\text{ن} \sqrt{\bar{د}٢}} = \text{ص}$$

١٢٠

وحيث أن القيمة المشاهدة للإحصاء لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا نقبل فرض العدم . أي أن التجربة لم تعطي دليلاً كافياً لتقرير أن البرنامج يغير من الوزن .

تطبيق (٣-١٨)

فيما يلي درجات اختبارين في الإحصاء لعدد ١٢ طالب في فترتين مختلفتين . المطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فرق في الدرجات ضد الفرض بأن الدرجات كانت أقل في الاختبار الأول وذلك باستخدام مستوى معنوية ٥ % .

الحل :

$$F. : \bar{X}_1 = \bar{X}_2 \quad F. : \bar{X}_1 > \bar{X}_2$$

$$\text{وذلك يكافئ } F. : \bar{D} = \text{صفر} \quad F. : \bar{D} > \text{صفر}$$

الاختبار الأول الثاني

٦٤	٨٠
٢٨	٨٧
٩٠	٩٠
٣٠	٥٧
٩٧	٨٩
٢٠	٥١
١٠٠	٨١
٦٧	٨٢
٥٤	٨٩
٤٤	٧٨
١٠٠	١٠٠
٧٩	٨١

د = س - ١ = ٢ - ١٦ = - ٥٩ ، صفر ، - ٢٧ ، ٨ ، - ٣١ ، ١٩ ،
 - ١٥ ، - ٣٥ ، - ٣٤ ، صفر ، - ٢

$$\bar{d} = \frac{\text{محدد}}{n} = \frac{192}{12} = 16$$

$$d^e = 22.1$$

$$ص = \frac{\bar{d}}{\sqrt{d^e}} = \frac{16}{\sqrt{22.1}} = 3.3$$

$$١١ (٠.٠٥) - 1.796$$

وبذلك نرفض فرض العدم ، ونقبل البديل وهو أن الدرجة كانت أقل في الاختبار الأول .

ملحوظة : يجب اختبار شرط التوزيع الطبيعي ، مثلاً باستخدام اختبار ليليفورز .

تطبيق (٣-١٩)

٢٠ مريض بالسمنة طبق عليهم نظام غذائي معين لإنقاص الوزن وقد سجلت أوزانهم قبل وبعد التطبيق وفيما يلي تغير الوزن (قبل - بعد) لكل مريض .

٧	٦	٣	١	٦	٤	٩	-	٥	٩	٧
٣	٧	-	٩	٨	٦	-	٤	٩	-	١

حدد الفرض الصفري والبديل لاختبار فعالية النظام الغذائي باستخدام مستوى معنوية ٥ % .

الحل (١) :

$$٠.٢ : ١ س١ = ٢ س٢ \quad \text{ويكافئ} \quad \bar{د} = \text{صفر}$$

$$١.٢ : ١ س١ < ٢ س٢ \quad \text{ويكافئ} \quad \bar{د} < \text{صفر}$$

$$\bar{د} = ٢.٤ \quad \quad \quad \bar{د} = ٥.٨٧٩$$

$$\text{ص} = \frac{\bar{د}}{\sqrt{٢.٤}} = \frac{\bar{د}}{\sqrt{٥.٨٧٩}} = \frac{٢.٤}{\sqrt{٥.٨٧٩}} = ١.٨٢٦$$

$$\text{ت} ١٩ (٠.٩٥) = ١.٧٢٩$$

∴ نرفض فرض المساواة ونقبل الفرض البديل أي أن النظام الغذائي له فعالية في إنقاص الوزن .

تقدير الفرق بين متوسطين

لتقدير فترة ثقة للفرق بين المتوسطين $س١ - س٢$ بمستوى ثقة $١ - \alpha$ -

نستخدم الصيغة التالية :

$$\text{حدى الثقة} = \bar{د} \pm \text{ت} \cdot \sqrt{\frac{\bar{د}}{ن}} \quad (١-٢) \quad \text{ن} \quad (٣-٢٤)$$

تطبيق (٣-٢٠)

في التطبيق (٣-١٨) الخاص بإجراء اختبارين لمجموعة من الطلبة ، المطلوب تقدير التعبير (الفرق) في الدرجات بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

(١) يجب التأكد من شرط التوزيع الطبيعي للفرق باستخدام اختبار ليليويز مثلاً .

الحل :

باستخدام الصيغة (٣-٢٤) ، وباعتبار أن التغير = الزيادة في الدرجات :
 $\bar{S}_2 - \bar{S}_1$

$$\begin{aligned} \text{حدي الثقة} &= \bar{S} \pm t_{(975)} \cdot \sqrt{D.O} / \sqrt{n} \\ &= 2,201 \pm 16 \cdot \sqrt{(12) / (22,1)} \\ &= 14 \pm 16 = \\ &= (2,30) \end{aligned}$$

٣-٢-٣ اختبار ولكوكسون للرتب المؤشرة

يستخدم اختبار ولكوكسون والذي تم عرضه في المقطع (٣-٢-١-٣) لاختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها ، غير أننا نستخدم هنا الفرق $D = S_2 - S_1$ بدلاً من قيم S واعتبار أن المتوسط (الوسيط) يساوى صفراً .

تطبيق (٣-٢١)

في التطبيق^(١) الخاص بتجربة أحد المعالجات على مجموعة من مرضى ضغط الدم . المطلوب اختبار الفرض بأن المعالجة تؤدي إلى تخفيض ضغط الدم وذلك باستخدام اختبار الرتب المؤشرة ، بمستوى معنوية ١% .

الحل :

$$\begin{array}{l} \text{ف. : } \bar{S}_2 = \bar{S}_1 \\ \text{ف. : } \bar{S}_1 < \bar{S}_2 \end{array}$$

(١) تطبيق (٣-١٦) .

ضغط الدم قبل وبعد المعالجة

الرتب الموجبة	الرتب	الفرق	بعد	قبل
١٠	١٠	١٩	١٤٥	١٦٤
	٣	٣-	١٨٢	١٧٩
		.	١٩٧	١٩٧
٩	٩	١٦	١٥٩	١٧٥
٧,٥	٧,٥	١٤	١٥١	١٦٥
	٢	٢-	١٧٤	١٧٢
٧,٥	٧,٥	١٤	١٥٢	١٦٦
١١	١١	٣٦	١٥٣	١٨٩
٦	٦	١١	١٥٣	١٦٤
٥	٥	٧	١٥١	١٥٨
٤	٤	٤	١٩٣	١٩٧
	١	١-	١٨٣	١٨٢
٦٠				

و = ٦٠ ومن جدول ١٠ وعند ن = ١٢ نجد أن ح (و ≥ ٩) = ٠,٠٠٨١ .
وباستخدام العلاقة (١٢-٣) فإن القيمة الحرجة :

$$و* = ٩ - \frac{١٢ (١٣)}{٢} = ٦٩$$

أي أن القيمة المشاهدة (٦٠) غير معنوية ، ولذا لا نستطيع رفض فرض العلم .

ولإيضاح كيفية استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب :

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} (n + 1)$$

$$39 = \frac{1}{2} (12) (13) =$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{24} (n + 1) (n + 2) =$$

$$162.5 = \frac{1}{24} (12) (13) (25) =$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{39 - 6}{162.5}} = 1.647$$

وبالرجوع لجدول التوزيع الطبيعي ، نجد أن ط (٠.٩٩) = ٢.٣٣

ولذا فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم

تطبيق (٣ - ٢٢)

لنأخذ عينة عشوائية من عشرة طلاب ، توضح درجاتهم في مادتي الإحصاء والاقتصاد . والمطلوب اختبار الفرض أن متوسط درجات الإحصاء أقل من الإقتصاد ضد الفرض البديل بأنه أكبر ، وذلك بمستوى معنوية ٥ ٪ . أي أن :

$$H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2 \quad H_1 : \sigma_1 < \sigma_2$$

درجة الإحصاء ٨٨ ٩٢ ٧٨ ٩٠ ٩١ ٧٢ ٦٧ ٧٢ ٨٢ ٦٧

درجة الإقتصاد ٨٣ ٨٢ ٧٢ ٨٤ ٨٣ ٧١ ٧٠ ٧٣ ٧١ ٦٩

الحل : س - ١ - س ٢ :

٢- ١١ - ١- ٣- ١ ٨ ٦ ٦ ١٠ ٥

الرتبة :

٣ ١٠ ١,٥ ٤ ١,٥ ٨ ٦,٥ ٦,٥ ٩ ٥

مجموع الرتب الموجبة : $\Sigma = 46,5$.

من جدول (١٠) نجد أن ح (ص ≥ 10) = 0,042 .

وباستخدام العلاقة (٣-١٢) فإن القيمة الحرجة . و $\alpha = 10 - \frac{(11)}{2} = 10 - 5,5 = 4,5$ أي أن القيمة المشاهدة (46,5) تقع في منطقة الرفض - ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

اختبار ولكوكسون للعينات الكبيرة

يستخدم لمقارنة متوسطين مرتبطين ، ونفس الشروط والصيغ والإجراءات التي سبق عرضها عند اختبار الفروض حول متوسط المجتمع ، مع مراعاة الفروق الموضحة بالقسم (٣-٢-٢) .

تطبيق (٣ - ٢٣)

المطلوب اختبار الفرض الوارد في التطبيق (٣ - ٢٢) باستخدام تقريب بالتوزيع الطبيعي .

$$\text{الحل : } \bar{w} = \frac{\Sigma w}{n} = \frac{4}{11} = 0,3636$$

$$\sigma_w^2 = \frac{\Sigma w^2}{n} - \frac{(\Sigma w)^2}{n^2} = \frac{24}{11} - \frac{16}{121} = 2,1818 - 0,1327 = 2,0491$$

$$z = \frac{\bar{w} - w_0}{\sigma_w / \sqrt{n}} = \frac{0,3636 - 0,5}{\sqrt{2,0491 / 11}} = \frac{-0,1364}{0,4318} = -0,316$$

وحيث أن هذه القيمة أكبر من ط (0,95) = 1,65 نرفض الفرض

٣-٤-٤ اختبار الإشارة

يستخدم اختبار الإشارة والذي تم عرضه في المقطع (٣-١-٢-٤) لاختبار الفرض حول متوسطين مرتبطين . ويطبق الاختبار بنفس الشروط والصيغ والإجراءات السابق عرضها . غير أننا نستخدم هنا الفرق $d = s_1 - s_2$ بدلاً من قيم s ، واعتبار المتوسط (الوسيط) يساوي صفر . أي أننا نعتبر عن كل زوج من القيم بإشارة موجبة أو سالبة .

تطبيق (٣ - ١٢٤)

في دراسة لتقييم فعالية نظام مراقبة للمرور ، تم تسجيل عدد الحوادث التي وقعت عند ١٢ تقاطع خطر خلال الشهر السابق والشهر اللاحق لتطبيق النظام الجديد ، وكانت البيانات كما يلي :

(١،٣) (٢،٥) (٠،٢) (٢،٣) (٢،٣) (٠،٣)

(٣،٤) (٣،١) (٤،٦) (١،٤) (٠،١) (٢،٠)

والمطارب اختبار فرض العدم بأن نظام مراقبة المرور الجديد غير فعال بمستوى معنوية ٠.٠٥ .

الحل : ف : $s_1 - s_2 =$

ف : $s_1 - s_2 <$

الإشارات : + + + + + +

- + + + - +

ح ($s \leq 10$) - ح ($s \geq 9$) - ح (٩) = ١ -

٠.٩٨٠٧ = ٠.٠١٩٣ . . . وعمل ذلك مستوى المعنوية الحقيقي ، وحيث أنه أصغر

من مستوى المعنوية الإسمى (٠.٠٥) لذا فإننا نرفض فرض العدم ، ونقبل الفرض البديل بأن النظام الجديد فعال ويخفض من الحوادث .

٣ - ٣ مقارنة متوسطين : بيانات مستقلة

نعرض في هذا الفصل مجموعة من الأساليب الإحصائية الموجهة نحو الإستقراء حول متوسطين ، في حالة استقلال البيانات ويتم عرض الاختبارات مرتبة تنازلياً حسب قوتها حتى يتمكن الباحث من اختيار الأسلوب المناسب ، وحسب توفر الشروط الواردة بكل اختبار . ومع كل اختبار تم عرض الصيغ المناظرة والتي تتعلق بتقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين .

٣-٣-١ الاختبار الطبيعي

يستخدم لإختبار الفرض حول متوسطين :

الإفتراضات :

١ - مستوى القياس كمي .

٢ - عينات عشوائية بسيطة .

٣ - المشاهدات (العينات) مستقلة .

٤ - تباين المجتمعان معلوم $\left[\sigma^2_{س١} , \sigma^2_{س٢} \right]$

فرض العدم

$$\mu_{س١} = \mu_{س٢}$$

وهذا يكافئ تماماً إستخدام الصيغة $\mu_{س١} > \mu_{س٢}$ أو $\mu_{س١} < \mu_{س٢}$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

قد يكون واحد مما يلي :

$$\text{أ - } \bar{X}_1 : \bar{X}_2 < \bar{X}_2$$

$$\text{ب - } \bar{X}_1 : \bar{X}_2 > \bar{X}_2$$

$$\text{ج - } \bar{X}_1 : \bar{X}_2 \neq \bar{X}_2$$

إحصاء الاختبار

$$\text{(٢٥ - ٣)} \quad \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sqrt{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}} = \text{ص}$$

$$\text{(٢٦ - ٣)} \quad \frac{\bar{X}_2}{\sqrt{20}} + \frac{\bar{X}_1}{\sqrt{10}} = \bar{X}_2 - \bar{X}_1$$

توزيع المعاينة

إحصاء الاختبار (٢٥ - ٣) يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد ماثلة لما ورد في المقطع ١-٢-١-٣ بشأن الاختبار الطبيعي حول متوسط المجتمع .

ملاحظة : الإجراءات السابقة لإختبار فرض تساوي متوسطين $\bar{S}_1 - \bar{S}_2 =$ صفر يمكن تطبيقها مع تعديلات مناسبة لإختبار الفرض بأن الفرق بينهما هو قيمة معينة (د)

$$\text{ف. : } \bar{S}_1 - \bar{S}_2 = \text{د} \quad (3 - 27)$$

وكما هو موضح في التطبيق (3-26) .

$$\text{تطبيق (3 - 25)}$$

في مقارنة لكمية النيكوتين بين نوعين من السجائر تم سحب عينة عشوائية من ٥٠ سيجارة من النوع الأول وعينة ٤٠ سيجارة من النوع الثاني . فإذا علم من الدراسات السابقة أن الانحراف المعياري هو ٠,١٢ ، ٠,١٤ . للمجتمعين على الترتيب . وقد أظهرت النتائج أن المتوسط بالعينة الأولى هو ٢,٦١ ملليجرام وبالعينة الثانية ٢,٣٨ ملليجرام . المطلوب اختبار الفرض بعدم وجود فروق بين نوعي السجائر وذلك مستوى معنوية ١٪ . ضد الفرض البديل بأن كمية النيكوتين بالنوع الأول أكبر .

$$\text{الحل : } \text{ف. : } \bar{S}_1 = \bar{S}_2$$

$$\text{ف. : } \bar{S}_1 < \bar{S}_2$$

$$\bar{S}_1 = 2.61 \quad \bar{S}_2 = 2.38 \quad \sigma_1 = 0.12 \quad \sigma_2 = 0.14$$

$$\bar{S}_1 = 2.61 \quad \bar{S}_2 = 2.38 \quad \sigma_1 = 0.12 \quad \sigma_2 = 0.14$$

$$\frac{0.23}{\sqrt{0.00049 + 0.000288}} = \frac{2.38 - 2.61}{\sqrt{\frac{2(0.14)}{40} + \frac{2(0.12)}{30}}} = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\sqrt{\frac{2\sigma^2}{40} + \frac{2\sigma^2}{30}}} = \text{ص}$$

$$A, 214 = \frac{0.23}{0.28} = \frac{0.23}{0.000778} \sqrt{\quad} =$$

وحيث أن ط (0.99) = 2.33

لذا فإننا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن النيكوتين بالنوع الأول من السجائر أكبر منه في النوع الثاني .

تطبيق (٣ - ٢٦)

باستخدام البيانات بالتطبيق السابق ، المطلوب إختبار الفرض بأن كمية النيكوتين بالسيجارة من النوع الأول تزيد عنها في النوع الثاني بمقدار ٠.٢ ملليجرام ، ضد الفرض البديل بأن الفرق لا يساوي ذلك المقدار . وذلك بمستوى معنوية ٥ %

$$\frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1 - d}{\sqrt{\frac{2\sigma^2}{40} + \frac{2\sigma^2}{30}}} = \text{الحل : ص}$$

$$١,٠٧ = \frac{٠,٠٣}{٠,٠٢٨} = \frac{٠,٢ - (٢,٣٨ - ٢,٦١)}{\frac{\chi^2_{(٠,١٤)}}{٤٠} + \frac{\chi^2_{(٠,١٢)}}{٥٠}} \sqrt{}$$

$$١,٩٦ = (٠,٩٧٥) ط$$

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في الاختبار الطبيعي يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة = ث = ١ - م باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدي الثقة} = \bar{س}_١ - \bar{س}_٢ \pm ط (٢/م - ١) \sqrt{\frac{\chi^2_{٢٠}}{٢٥} + \frac{\chi^2_{١٠}}{١٥}} (٢٨-٣)$$

تطبيق (٢٧ - ٣)

باستخدام البيانات بالتطبيق (٣-٢٥) المطلوب تقدير الفرق بين متوسط كمية النيكوتين في كلا النوعين من السجائر ، وذلك بدرجة ثقة ٩٠ ٪ .

$$\text{حدي الثقة} = (\bar{س}_٢ - \bar{س}_١) \pm ط (٠,٩٥) \sqrt{\frac{\chi^2_{(٠,١٤)}}{٤٠} + \frac{\chi^2_{(٠,١٢)}}{٥٠}}$$

$$= (٢,٣٨ - ٢,٦١) \pm (٠,٢٨) ١,٦٥$$

$$= -٠,٢٣ \pm ٠,٤٦$$

$$= (٠,٢٨ ، ٠,١٨)$$

٣-٣-٢ اختبار - ت - فيشر

وهو يماثل الاختبار الطبيعي (٣-٣-١) في الهدف والفروض وقاعدة القرار . كما يعتمد على نفس الافتراضات السابقة غير أن التباين يفترض أنه مشترك في المجتمعين ولكنه غير معلوم كما يفترض أن المجتمعان يتبعان التوزيع الطبيعي .

إحصاء الاختبار :

$$(٣ - ٢٩) \quad \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\sqrt{s^2 - s^{*2}}} = \text{ص}$$

$$(٣ - ٣٠) \quad \frac{y_e}{n} + \frac{y_e}{n} = \bar{y}_2 - \bar{y}_1$$

$$(٣ - ٣١) \quad \frac{(1 - \alpha) \frac{y_e}{n} + (1 - \alpha) \frac{y_e}{n}}{2 - \alpha + \alpha} = y_e$$

$$(٣ - ٣٢) \quad n = n_1 + n_2, \quad \frac{y_e}{n} + \frac{y_e}{n} =$$

حيث y_e ، y_e هو التباين من العيتتان ، حسب الصيغة

(٣ - ٦)

توزيع المعاينة

إحصاء الاختبار ص (٣-٢٩) يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n + n - 2$

تطبيق (٣ - ٢٨)

في بحث طبي حيث كان الإهتمام حول الفرق بين أعمار الذكور وأعمار الإناث عند بدء أعراض مرض سرطان الرئة ، تم سحب عيتين عشوائيتين من مجتمعات تتبع التوزيع الطبيعي ولها تباين متساو ، والمطلوب استخدام البيانات لإختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

العمر بالسنوات عند بدء مرض سرطان الرئة

الإناث	٥٨	٥٢	٥٠	٤٩	٥٦	٥٢	٥٤	٤٨	٤١	٣٧	٦٧	٧٠	
الذكور	٢٦	٤١	٥٧	٦٦	٣٦	٥٥	٤١	٦١	٥٣	٥٠	٥٢	٣٧	١٠٠

$$\text{الحل : الإناث } \bar{y}_1 = 52.83 = \frac{\sum y_1}{n_1} = 88.33$$

$$\text{الذكور } \bar{y}_2 = 48.08 = \frac{\sum y_2}{n_2} = 126.08$$

$$\frac{(1 - \alpha) \frac{y_1^2}{n_1} + (1 - \alpha) \frac{y_2^2}{n_2}}{2 - \alpha + 1} = y$$

$$1.8, 29 = \frac{(12) 126.08 + (11) 88.33}{2 - 12 + 12} =$$

$$ص = \frac{\bar{س}_2 - \bar{س}_1}{\sqrt{\frac{1}{20} + \frac{1}{10}}} = \frac{٤٨,٠٨ - ٥٢,٨٣}{\sqrt{\frac{1}{13} + \frac{1}{12}}} = ١٠,٤٠٦$$

$$١,١٤ =$$

وحيث أن هذا المقدار أقل من $ت_١ + ت_٢ - ٢ = (٠,٩٧٥)$ $٢٣ =$
 $(٠,٩٧٥) = ٢,٠٦٩$ لذا لا نرفض فرض تساوي المتوسطات .

تطبيق (٣ - ٢٩)

ترغب إدارة إحدى المؤسسات في معرفة ما إذا كان متوسط عدد غياب العمال بسبب المرض يكون أكبر في اليوم السابق لنهاية الأسبوع واليوم الذي يليه ، عنه في الأيام الأخرى . تم سحب عينة عشوائية من خمس أسابيع وسجلت عدد حالات الغياب وكانت كما يلي :

اليوم السابق واللاحق لنهاية الأسبوع (س١) ٦٢ ، ٧٥ ، ٧٤ ، ٨٦ ، ٧٣ ، ٨١ ، ٩٨ ، ٩١ ، ٩٠ ، ٧٧ .

الأيام الأخرى (س٢) ٥٩ ، ٦٧ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٨٩ ، ٦٥ ، ٥٨ ، ٧١ ، ٥٥ ، ٥٧ ، ٦٩ ، ٦٨ ، ٦٤ ، ٣٧ ، ٤٢ .

والمطلوب إختبار الفرض بمستوى معنوية ١ % .

$$\text{الحل: ف. : سن} = \text{سن} = ٢$$

$$\text{ف. : سن} < \text{سن} ٢$$

$$\text{سن} = ١٠, \text{سن} = ٢٠, \text{سن} = ١٥, \text{سن} = ٨٠, ٧, \text{سن} = ٥٩$$

$$٢٠١,٤٣ = \frac{٢}{٢}, \quad ١١٣,٣٤ = \frac{١}{٢}$$

$$١٦٦,٩٦ = \frac{١٤ \times ٢٠١,٤٣ + ٩ \times ١١٣,٣٤}{٢ - ١٥ + ١٠} = ٢$$

$$٥,٢٨ = \frac{١٦٦,٩٦}{١٥} + \frac{١٦٦,٩٦}{١٠} \sqrt{=} \text{سن} - \text{سن} ٢$$

$$٤,١١٠ = \frac{٥٩ - ٨٠,٧}{٥,٢٨} = \frac{\text{سن} - \text{سن} ٢}{\text{سن} - \text{سن} ٢} = \text{ص}$$

$$\text{ت. : } ٢ - ١٥ + ١٠ = (٠,٩٩) \text{ت. : } ٢ - ١٥ + ١٠ = (٠,٩٩)$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل

ملحوظة : يجب استخدام اختبار ليليفورز للتحقق من إفتراض التوزيع

الطبيعي كما يجب التحقق من أن التباينات متساوية .

وسنفترض على أي حال أن كافة الشروط محققة^(١) .

١ - راجع اختبار ليليفورز بالهاب الثاني واختبار تساوي التباينات بالهاب الخامس .

تقدير الفرق بين متوسطين

مع مراعاة الشروط الواردة في إختبار - ت - فيشر يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين بدرجة ثقة $\theta = 1 - \alpha$ - باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدود الثقة} = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm t_{\alpha/2, n-1} \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}$$

تطبيق (٣ - ٣)

باستخدام البيانات بالتطبيق (٣ - ٢٩) المطلوب تقدير فترة ثقة بين معدلات الغياب في الفترتين ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .

$$\text{حدي الثقة} = (٨٠,٧ - ٥٩) \pm t_{\alpha/2, ٢٣} (٠,٩٧٥) (٥,٢٨)$$

$$= ٢١,٧ \pm ٢,٠٦٩ (٥,٢٨)$$

$$= ٢١,٧ \pm ١٠,٩$$

$$= (١٠,٨ - ٣٢,٦)$$

٣-٣-٣ إختبار - ت - ساترزويت

وهو يماثل إختبار - ت - فيشر (٣-٣-٢) في الهدف والفروض وقاعدة القرار . كما يعتمد على نفس الافتراضات ، عدا أن التباينات غير معلومة وغير متساوية .

إحصاء الاختبار :

$$\text{ص} = \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{y}_2 - \bar{y}_1} = \text{ص} \quad (3 - 34)$$

$$\bar{y}_2 - \bar{y}_1 = \frac{y_2}{n_2} + \frac{y_1}{n_1} \quad (3 - 35)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع ت (تقريباً) بدرجات حرية تسمى درجات الحرية الفعالة (د ح ف) وترجع إلى ساترزويت Sotterthwait .

$$\text{د ح ف} = \frac{y_2^2 (n_2 / y_2^2 + n_1 / y_1^2)}{[(1 - y_2) / y_2^2 (n_2 / y_2^2) + [(1 - y_1) / y_1^2 (n_1 / y_1^2)]}$$

(3 - 36)

وتقرب القيمة لأقل عدد صحيح ، للحصول على نتيجة أكثر تحفظاً .

تطبيق (3 - 31)

الأرقام التالية تعبر عن إنتاج الفدان في عينتين مختلفتين من التربة إحداها ضابط والأخرى تجريبية وذلك لتجربة نوع جديد من السماد ، يفترض أنه يزيد من الإنتاج . المطلوب اختبار الفرض بمستوى معنوية 5 % .

العينة التجريبية س١ ٧, ٦, ١٦, ١, ١٨, ٢, ١٨, ٣, ٦, ٥, ٣, ٨, ٥, ٩

العينة الضابطة س٢ ٤, ٧, ٤, ١, ٦, ٥, ٣, ٢, ٢, ١, ٤, ٧, ٦

ملحوظة : افترض أن توزيع كل من المجمعين طبيعي ، وأن تباينات المجتمع غير معلومة وغير متساوية .

$$\text{الحل : ف. } س_1 = س_2 \quad \text{ف. } س_1 < س_2$$

$$\text{الحل : } س_1 = ١٠,٩ \quad س_2 = ٣,٩٤ \quad ٤٠,١٢ = \frac{٢}{١} \quad ٦,٩٥ = \frac{٢}{٢}$$

$$س_1 - س_2 = \sqrt{\frac{٦,٩٥}{٧} + \frac{٤٠,١٢}{٧}} = ٢,٥٩$$

$$ص = \frac{٣,٩٤ - ١٠,٩}{٢,٥٩} = ٢,٦٩$$

$$د ح ف \approx \frac{\sqrt{٧/٦,٩٥ + ٧/٤٠,١٢}}{[٦/\sqrt{٧/٦,٩٥}] + [٦/\sqrt{٧/٤٠,١٢}]} = ٨$$

$$١,٨٦٠ = (٠,٩٥) ٨$$

وحيث أن قيمة ص المحسوبة (٢,٦٩) أكبر منها ، لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

تقدير الفرق بين متوسطين :

مع مراعاة الشروط الواردة في اختبار - ت - ساترزويت يمكن تقدير فترة ثقة للفرق بين متوسطين ، بدرجة ثقة $\alpha = 1 - \alpha$ باستخدام الصيغة التالية :

$$\text{حدي الثقة} = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

(٣٧-٣)

تطبيق (٣ - ٣٢)

للبيانات الواردة بالتطبيق السابق (٣ - ٣١) المطلوب تقدير ٩٥ ٪ فترة ثقة للفرق بين المتوسطين .

$$\text{حدي الثقة} = (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$= (\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \pm t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{6.95}{7} + \frac{10.12}{7}}$$

$$= (2.09) \pm 2.306 \sqrt{2.306}$$

$$= 5.97 \pm 2.306$$

$$= (1.12, 93)$$

٣-٣-٤ اختبار ولكوكسون - مان - وتنى

تم وضع هذا الاختبار بمعرفة ولكوكسون Wilcoxon في ١٩٤٥ لاختبار الفرق بين متوسطين لعينتين مستقلتين ذات حجوم متساوية . وقد تم تصميمه لعينات بحجوم مختلفة بواسطة مان - وتنى Mann & whitney في ١٩٤٧ .

الافتراضات :

١. مستوى القياس ترتيبى .
٢. عينة عشوائية بسيطة .
٣. العينتان مستقلتان .
٤. المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوى المتوسطان) .

فرض العدم : $F : \sigma_1 = \sigma_2$

وهذا يكافئ استخدام الصيغة $\sigma_1 \geq \sigma_2$ أو $\sigma_1 \leq \sigma_2$ على التوالى بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل : قد يكون أحد الصيغ التالية :

$$(أ) F : \sigma_1 < \sigma_2$$

$$(ب) F : \sigma_1 > \sigma_2$$

$$(ج) F : \sigma_1 \neq \sigma_2$$

احصاء الاختبار

نفرض أن n_1 المتغير بالعينة الأولى وحجمها n_1 والمتغير n_2 بالعينة الثانية وحجمها n_2 ونفرض أن n_1 هو المتغير ذو حجم العينة الأقل ويكون عدد القيم من العينتان $n_1 + n_2 = n$. يتم إعطاء رتب لهذه القيم تصاعدياً ، أي تبدأ من ١ إلى $n_1 + n_2$ ، ويكون الإحصاء هو $J =$ مجموع الرتب المخصصة للمتغير n_2 (أي العينة ذات الحجم الأصغر) .

توزيع المعاينة :

أحصاء الاختبار (J) وهو مجموع رتب المتغير n_2 يتبع توزيع خاص يسمى ولكوكسون - مان - وتنى - وهو توزيع غير مستمر وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع (جدول ١١) .

قاعدة القرار :

نفرض أن مستوى المعنوية α ، تكون منطقة الرفض كما يلي وهي تعتمد على الفرض البديل .

منطقة الرفض	n_1
$J \leq J_{\alpha} (n_1 - n_2)$	$n_1 < n_2$
$J \geq J_{\alpha} (n_2)$	$n_1 > n_2$
$J \geq J_{\alpha/2} (n_2)$	$n_1 \neq n_2$
$J \leq J_{\alpha/2} (n_1 - n_2)$	

الجداول : توجد جداول مخصصة لتوزيع ولكوكسون - مان - وتنى
(جدول ١١) . وباعتبار حجور العينات ن ، ٧ ، ومستوى معنوية م فإن
الجداول تعرض قيم ج ، ٧٦ ، م بحيث :

$$(38-3) \quad \text{ح} (ج \geq ٧٦) = \text{ح} (ج \leq ٧٦) = م$$

وعلى سبيل المثال ، إذا كانت ن = ٧ ، ن = ٩ ، م = ٠.٠٥ ، فإن
الجدول يعرض (٤٣ ، ٧٦ ، ٠.٤٥) وهذا يعني :

$$\text{ح} (ج \geq ٤٣) = \text{ح} (ج \leq ٧٦) = ٠.٤٥$$

لاحظ أن ٠.٤٥ هو أقرب احتمال $\geq م$ وتكون منطقة الرفض وهي تعتمد
على الفرض البديل كما يلي :

ف	منطقة الرفض	مستوى المعنوية
١ س < ٢ س	$ج \leq ٧٦$	٠.٠٤٥
١ س > ٢ س	$ج \geq ٤٣$	٠.٠٤٥
١ س \neq ٢ س	$ج \geq ٤٣$ أو $ج \leq ٧٦$	٠.٠٩٠

تطبيق (٣-٣٣)

في مقارنة لنوعين من التغذية ، تم الحصول على البيانات التالية من عينتين عشوائيتين وهي تمثل الزيادة في الوزن .

التغذية س١	١٠	٥	٣		
التغذية س٢	٢٩	٢٥	٢٢	١٦	٨

بمستوى معنوية ٥٪ المطلوب اختبار الفرض بأن متوسط الزيادة في النوع الأول أقل منه في النوع الثاني .

الحل :

$$ف. : س١ = س٢$$

$$س١ > س٢$$

الرتب : التغذية س١	٤	٢	١		
التغذية س٢	٨	٧	٦	٥	٣

$$ج = ٧$$

بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (ج ≥ ٧) = ٠,٠٣٦ ≥ ٠,٠٥ .
أي أن القيمة المشاهدة (٧) معنوية ، ونرفض فرض المساواة .

تطبيق (٣-٣٤)

تدرس إحدى الشركات المفاضلة بين نوعين من اللببات الكهربائية ، النوع الأول أقل تكلفة من الثاني ، وتود الشركة شراؤه مالم يكن هناك دليل على أن النوع الثاني له عمر أطول . تم اختيار ٧ لببات عشوائية من النوع الأول ، ٩ من النوع الثاني وكانت أعمارها بالساعات كما يلي :

النوع الأول : ٩٨١ ، ٩٥٢ ، ١٣٤٢ ، ١٠٥١ ، ١٠٠٥ ، ٩٧٤ ، ١٢١٦

النوع الثاني : ١٣٨٠ ، ١٠٠٤ ، ١٠٣٢ ، ١٢٦٣ ، ١٠٤٠ ، ٩٩٠ ، ١١٠ ، ١٢٠٥ ، ١١٨٠

والمطلوب اختبار الفرض بمستوى معنوية ٥٪ إذا علم أن كلا المجتمعان لهما نفس التوزيع .

الحل : نعتبر المتغير س١ يمثل العمر في النوع الأول ، س٢ العمر في النوع الثاني .

$$ف. : س_1 = س_2$$

$$ف١ : س_1 > س_2$$

نرتب قيم العينتان تصاعدياً مع وضع خط تحت الرقم لتمييز العينة الصغيرة (النوع الأول) مع تخصيص رتبة لكل قيمة (س١ = ٧ ، س٢ = ٩)

٩٥٢	٩٧٤	٩٨١	٩٩٠	١٠٠٤	١٠٠٥	١٠٣٢	١٠٤٠
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
١٠٥١	١١٠٢	١١٧٠	١٢٠٥	١٢١٦	١٢٦٣	١٣٤٢	١٣٨٠
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦

= مجموع رتب س ١ (العينة الصغيرة) = ٤٩

منطقة الرفض : بالرجوع لجدول (١١) نجد أن ح (ج ≥ ٤٣) = ٠,٠٤٥ .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وهو المساواة ، ويكون القرار شراء النوع الأرخص .

اختبار ولكوكسون - مان - وتنى للعينات الكبيرة

بزيادة أحجام العينات ن ١ ، ن ٢ يقترب توزيع احصاء ولكوكسون من التوزيع الطبيعي . وعلى أي حال فإنه بالنسبة لحجوم العينات غير الواردة بالجداول (أكبر من ١٠) يمكن استخدام التوزيع الطبيعي :

$$\bar{J} = \frac{\sum J_i}{n} \quad (\text{ج} , \sigma) \quad (٣ - ٣٩)$$

$$\text{حيث } \bar{J} = \frac{\sum J_i}{n} \quad (٣ - ٤٠)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum J_i^2}{n} - \frac{(\sum J_i)^2}{n} \quad (٣ - ٤١)$$

مع مراعاة التصحيح الخاص بالمتغير المستمر (٠,٥) أي أن :

$$Z = \frac{\bar{J} - 0,5}{\sigma} \quad (٣ - ٤٢)$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري

وفي حالة وجود قيود Ties (أي قيم مكررة) فإنه يمكن مراعاة معامل التصحيح للقيود Correction for ties على أنه ليس له تأثير كبير .

تطبيق (٣-٣٥)

فيما يلي درجات عينتان من الطلبة في مادتي الإحصاء والفيزياء ،
والمطلوب اختبار فرض تساوي المتوسطات بمستوى معنوية ٥ ٪

الإحصاء : ٧٢ ، ٩٢ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٨ ، ٧٢ ، ٩٠ ، ٦٧ ، ٨٢ ، ٧٠ ،

الفيزياء : ٨٣ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٠ ، ٨٧ ، ٩١ ، ٧٧ ، ٨٤ ، ٧١ ، ٨٢ ، ٧٣ ،
٨٢

الحل : ف : ٠ : س١ = س٢

ف : ١ : س١ ≠ س٢

نرتب القيم ترتيباً تصاعدياً

الإحصاء : ٦٧ ، ٦٨ ، ٦٩ ، ٧٠ ، ٧٢ ، ٧٢ ، ٧٨ ، ٨٢ ، ٩٠ ، ٩٢ ،

الفيزياء : ٧٠ ، ٧١ ، ٧١ ، ٧٢ ، ٧٣ ، ٧٧ ، ٨٢ ، ٨٢ ، ٨٣ ، ٨٤ ،
٨٧ ، ٩١

نعطي رتب لكل المجموعة من الدرجات ، مع تمييز رتب كل مجموعة .

الإحصاء : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٩ ، ٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٢ ،

الفيزياء : ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ،
١٩ ، ٢١ ،

مجموع رتب العينة الصغيرة ج = ٩٨ ، ٥

ج = ١٩ (١ + ن) / ٢ = ١٠ (٢٣) / ٢ = ١١٥

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2 = \frac{1}{10} (12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2 + 12^2) = 12$$

$$\sigma_j = \sqrt{12} = 3.46$$

$$v = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_j} = \frac{11.5 - 9.5}{3.46} = 0.58$$

منطقة الرفض : $v > 1.96$ أو $v < -1.96$

أو $v < -1.96$ أو $v > 1.96$

ولذا لا نستطيع رفض فرض العدم .

٣ - ٤ مقارنة عدة متوسطات :

٣ - ٤ - الأهمية

فيما سبق تم عرض بعض الأساليب لمقارنة متوسطين واختبار الفرق بينهما ، وهناك حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام بمقارنة عدة متوسطات ، مثال ذلك : مقارنة طرق الإنتاج المختلفة ، مقارنة أنواع مختلفة من الأسمدة أو التقاوي ، مقارنة طرق مختلفة للعلاج ، مقارنة طرق التدريس والتدريب ، إلخ .

وقد يعتقد البعض أن الطرق السابقة والخاصة بمقارنة متوسطين ، يمكن تطبيقها هنا على أساس إجراء عدة مقارنات ، تجرى في كل مرة بين طريقتين ، غير أن ذلك لا يعد عملاً مقبولاً للعديد من الاعتبارات نذكر أهمها :

١ - عدد الإختبارات المطلوبة يزيد بدرجة كبيرة مع زيادة عدد المتوسطات المطلوب مقارنتها ، فإذا كان عدد المتوسطات ن تكون عدد المقارنات المطلوبة $\frac{1}{2} \text{ ن (ن - ١)}$ فإذا كانت عدد الطرق عشرة مثلاً فإن ذلك يتطلب ٤٥ إختباراً .

٢ - إن إجراء الإختبار بين حالتين وترك الحالات الأخرى - يعنى ترك معلومات إضافية متاحة عن المجتمع وضياح فرض الحصول على تقرير أفضل لتباين المجتمع .

٣ - إن الإعتماد على طرق المقارنة بين متوسطين لا يمكن من إعطاء وتفسيرات صحيحة للنتائج - ذلك أن ظهور بعض المقارنات معنوية لا يعطينا مبرراً كافياً لرفض فرض العدم ، إذ أنه مع كثرة عدد المقارنات كما أوضحنا في (١) فإنه ظهور مجموعة منها معنوية ، لا يعد شيئاً مستغرباً .

٤ - أحياناً تتطلب التجارب المتعددة المجموعات وجود عدد كبير من المتغيرات يتم تداولها في آن واحد .

٣ - ٤ - ٢ مفاهيم تجريبية :

ونعرض فيما يلي - طبيعة التجارب مع توضيح بعض المفاهيم والمصطلحات المستخدمة .

إن التجارب على إختلاف أنواعها تهدف إلى وصف العلاقة بين المتغيرات وفي حالتها البسيطة نواجه بمتغيرين ، مثال ذلك تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب . (المتغير المستقل Independent ويسمى أيضاً عامل Factor) . وأثر هذه الطرق على إنتاج العامل (المتغير التابع : dependent) وطرق التدريب الثلاث ولتكن أ ، ب ، ج ، تسمى معاملات Treatments

والمعاملات تشير إلى مجموعة من الظروف التجريبية مجال التطبيق على وحدات التجربة ، أي هي المؤثرات المطلوب قياس تأثيرها .

وأحيانا يدخل الباحث معاملة ضابطة Control بإعتبارها معياراً يتخذ أساساً لمقارنة تأثير المعاملات الأخرى ويتم تطبيق كل من المعاملات على مجموعة من العمال يطلق عليها وحدات التجربة . وتعرف وحدة التجربة Experimental unit على أنها أصغر مجموعة من مواد (التجربة) العمال (يطبق عليها المعاملة ، فقد تكون قطعة أرض تضم العديد من النباتات تطبق عليها معاملة واحدة وقد تكون نبات معين كما قد تكون ورقة من نبات كما يحدث في تجارب أمراض النبات . ومن المفاهيم الشائعة في تصميم التجارب - الخطأ التجريبي Experimental error ويعرف على أنه مقياس للإختلافات التي توجد بين مشاهدات سجلت من وحدات تجريبية عوملت بنفس المعاملة .

وتنقسم التصميمات التجريبية وبالتالي النماذج والأساليب الإحصائية المناظرة لتحليلها إلى عدد كبير يتوقف على العديد من العوامل نذكر أهمها :

١ - عدد المتغيرات المستقلة :

٢ - العينات مستقلة أو مرتبطة .

٣ - مستوى القياس للمتغير التابع : فئري أو ترتيبي .

٤ - عدد المتغيرات Covariates . المتغيرات هو متغير مرافق أي صاحب للمتغير التابع - ويستخدم لتخليصه من بعض الإختلافات غير المرغوبة .

وهذا الكتاب يعرض في الفصول القادمة مجموعة من التصميمات التجريبية والإختبارات الإحصائية المناظرة لها كنماذج أساسية شائعة ، تعد مدخلاً للعديد

من التصميمات التجريبية والأساليب الإحصائية المستخدمة لتحليلها واختبارها ،
وهذه النماذج يمكن الرجوع إليها في المراجع الإحصائية المتخصصة والمتعلقة
بتصميم وتحليل التجارب .

٣ - ٤ - ٣ تحليل التباين ANOVA

إن الاختبارات والمقارنات بين عدة مجموعات تختلف تبعاً لتصميم التجربة
والنموذج الإحصائي المستخدم في التحليل ، ولكنها تعتمد جميعها على فكره
وأسلوب تحليل التباين (Analysis of variance (ANOVA الذي قدمه
عالم الإحصاء فيشر Fisher عام ١٩٢٣ وهو أسلوب يتم فيه تقسيم التباين (*)
المشاهد في البيانات التي نحصل عليها من التجربة أو المسح إلى أجزاء مختلفة
كل منها يمكن إرجاعه إلى مصدر (سبب أو عامل) معلوم ، وبذلك يمكن تقييم
المقدار النسبي للتباين الناتج من كل مصدر في تقدير ما إذا كان ذلك معنوياً أم
لا .

الافتراضات :

١ - المشاهدات عشوائية

٢ - توزيع المتغير التابع في المجتمع التي تسحب منه العينات يتبع
التوزيع الطبيعي .

٣ - التباينات في المجتمعات التي تسحب منها العينات متساوية .

٤ - تأثير العوامل المختلفة تجميعي additive .

(*) في الحقيقة تقوم الطريقة بتقسيم مجموع المربعات مج (س - س)^٢ .

ويتميز أسلوب تحليل التباين بأنه في حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي وشرط تجانس التباينات - بدرجة ليست كبيرة فإن ذلك لا يؤثر بدرجة كبيرة على الإستقرارات Inferences التي تحصل عليها .

وعلى أي حال فإن التحقق من توافر الشروط المطلوبه يتم عن طريق اختبارات إحصائية مختلفة يمكن الرجوع إليها في المكان المخصص لها بالكتاب .

٣ - ٥ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مستقلة

٣ - ٥ - ١ التصميم كامل العشوائية

يستخدم التصميم كامل العشوائية Completely Randomized Design (CRS) للمقارنة بين المجموعات في حالة كون البيانات مستقلة .

وفي هذا التصميم يتم توزيع المعاملات بصورة كاملة عشوائياً على الوحدات التجريبية أو العكس حيث توزع وحدات التجربة جميعها عشوائياً على المعاملات .

ويتميز هذا التصميم بالمرونة والبساطة ، على أنه لا ينصح بإستخدامه إلا إذا كانت وحدات التجربة متجانسة .

ونوضح هنا أن النماذج السابق إستخدامها لمقارنة متوسطين في حالة العينات المستقلة (٣ - ٣) تعد تصميماً كامل العشوائية لمعاملتين . وفي حالة إستخدام تحليل التباين لمقارنة متوسطين فإن النتائج التي تحصل عليها تكون مطابقة لنتائج إختبارات - فيشر (٣ - ٣ - ٢) .

التعشبية

التعشبية ، وتعني توزيع المعالجات عشوائياً على وحدات التجربة ، تعد من الأسس الهامة التي يلزم مراعاتها عند إجراء التجارب بصفة عامة وذلك تحقيقاً للموضوعية وعدم التحيز . وتعد الجداول العشوائية من أهم الوسائل التي يعتمد عليها في هذا الشأن ، ولتوضيح ذلك فيما يتعلق بتصميم الكامل العشوائية ، نفترض تجربة لمقارنة ثلاث طرق للتدريب أ ، ب ، ج وذلك بالتطبيق على مجموعات من العمال أعدادها على الترتيب ٣ ، ٤ ، ٥ .

١ - يخصص لكل وحدة تجريبية (العامل) رقماً ، ولتكن الأرقام بالتسلسل من ١ إلى ١٢ .

٢ - تستخرج ١٢ عدداً عشوائياً تقع بين ١ ، ١٢ مع حذف التكرار وتدون حسب ترتيب الحصول عليها .

٣ - بفرض أن الأعداد العشوائية التي حصلنا عليها حسب الخطوة السابقة كانت كما يلي :

٨ ، ٣ ، ٧ ، ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١ ، ١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥ .

تكون المجموعات الثلاث والتي ستطبق عليها المعاملات الثلاثة على الترتيب كما يلي :

المجموعة الأولى ٨ ، ٣ ، ٧ يطبق عليها الطريقة أ

المجموعة الثانية ٦ ، ١١ ، ٩ ، ١ يطبق عليها الطريقة ب

المجموعة الثالثة ١٢ ، ١٠ ، ٢ ، ٤ ، ٥ يطبق عليها الطريقة ج

ملحوظة : عندما يكون عدد وحدات التجربة صغيراً كما في هذا المثال يفضل أن نستخرج ١٢ عدداً عشوائياً - من ثلاث حدود - ثم نقوم بإعطائها رتب من ١ إلى ١٢ - ثم توزع هذه الأخيرة على المعاملات كما في الخطوة (٣) والتطبيق التالي يوضح ذلك .

تطبيق (٣ - ٣٦)

في تجربة لمقارنة أربعة أنواع من الأسمدة تم تخصيص الأعداد التالية من الحقول على الترتيب ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٦ .

والمطلوب : توزيع المعاملات على الحقول حسب التصميم كامل العشوائية باستخدام الجداول العشوائية . لتكن نقطة البداية الصف ٦ والعمود ١١ .

الحل :

١ - نخصص لكل حقل رقماً بالتسلسل ١ ، ٢ ، ، ١٦ .

٢ - نستخرج ١٦ عدد عشوائي - من ثلاثة حدود - باستخدام الجداول العشوائية الملحقة ، وهي كما يلي حسب ترتيب ظهورها . الأرقام بين القوسين هي رتبة الرقم .

١٣٨ (٤)	١٩٥ (٦)	٨٦٨ (١٣)	٤٢ . (٢)
٩٨٦ (١٦)	١٦٧ (٥)	٧٨١ (٩)	٦٣٦ (٧)
٧٨٩ (١٠)	٨٠٤ (١١)	٠٣١ (١)	٨٩١ (١٥)
٨٢٨ (١١)	٠٦٣ (٣)	٦٥٥ (٨)	٨٥٩ (١٤)

٣ - توزع المعاملات على الحقول حسب الأرقام الموضحة فيما يلي :

المعاملة الأولى : ١٣ ، ٢

المعاملة الثانية : ٧ ، ٤ ، ٦

المعاملة الثالثة : ١ ، ١٥ ، ١٦ ، ٥ ، ٩

المعاملة الرابعة : ١٢ ، ٣ ، ٨ ، ١٤ ، ١٠ ، ١١

تحليل التباين :

البيان التالي يوضح قيم المشاهدات (المتغير التابع) موزعة في مصفوفة ، ومقسمة في مجموعات (أعمدة) تبعاً للمعاملات وعددها م وكذا الرموز المتعلقة بعدد المشاهدات ومجموعها والمتوسطات الحسابية للمعاملات .

المعاملات

١	٢	٣	٤	٥
١١ ص	١٢ ص		١ ص		ص م
٢١ ص					
ص ا			ص ر		
ص ا ن	ص ا ن ٢		ص ا ن ل		ص م ن م
١ ن	٢ ن		ل		ن
١ ص			ص ل		ص م
١ ص			ص ل		ص م

عدد المشاهدات

مجموع

المتوسط الحسابي

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات ٢٠٢	درجات الحرية ح	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
المعاملات	م	١ - م	٢ م	٢ / ٢ م م
الخطأ	خ	ن - م	٢ خ	
	ك	١ - ن		

مصدر التباين :

يتم تقسيم الاختلافات (التباين) بين المشاهدات إلى :

١ - اختلافات بسبب تأثير المعاملات ، أو بين المعاملات أو بين المجموعات.

٢ - اختلافات ترجع إلى الخطأ أو داخل المجموعات .

$$\text{ك} = \text{مجموع ص}^٢ - \text{ص}^٢ / \text{ن} \quad (٤٣-٣)$$

$$\text{م} = \text{مجموع ص}^٢ / \text{ن} - \text{ص}^٢ / \text{ن} \quad (٤٤-٣)$$

$$\text{خ} = \text{ك} - \text{م} \quad (٤٥-٣)$$

$$\text{٢ م} = \text{م} / \text{م} - ١ \quad (٤٦-٣)$$

$$\text{٢ خ} = \text{خ} / \text{ن} - \text{م} \quad (٤٧-٣)$$

متوسط المربعات هو مصطلح يستخدم في تحليل التباين ، وهو تباين العينة ويتم الحصول على تقديرات مختلفة للتباين :

١ - χ^2_m ويعد تقديراً للتباين بسبب التأثير المنتظم للمتغير المستقل (المعاملات) بالإضافة إلى خطأ المعاينة .

٢ - χ^2_x ويعد تقديراً للتباين بسبب التغيرات الغير منتظمة داخل المعاملات .

إحصاء الاختبار : $F = \chi^2_m / \chi^2_x$ (٤٨-٣)

أي حالة عدم وجود تأثير للمتغير المستقل فإن التباين في البسط يكون راجعاً فقط إلى خطأ المعاينة ، ويتساوى تقريباً البسط والمقام وتكون النسبة $F = 1$ تقريباً . ولكن في حالة وجود تأثير للمتغير المستقل فإن الفرق بين المتوسطات تتزايد وبالتالي يزيد التباين في البسط عن التباين في المقام وتكون النسبة F أكبر من ١ وعلى ذلك يعد الإحصاء F أساساً لإختبار فرض وجود تأثير للمتغير المستقل .

والنسبة F تتبع توزيع F بدرجات حرية ، (م - ١) ، (ن - م) .

المقارنات المتعددة :

في حالة ظهور قيمة معنوية للإحصاء F ورفض فرض العدم فإن ذلك يعني فقط أن المجتمعات يحتمل أن تكون متوسطاتها غير متساوية ولا يشير ذلك إلى مكان وجود الفروق ومقاديرها ولا ترتيبها النسبي . ويتطلب الأمر إجراء مقارنات بين كل مجموعة والمجموعات الأخرى ، وتوجد عدة طرق في هذا الشأن

نعرض منها طريقة أصغر فرق معنوي (أ ف م) Least Significant difference (LSD) وقد قدمها العالم فيشر . وهي تستخدم بعد رفض فرض العدم ، وتقضى بوجود إختلاف بين متوسطي المجتمعين ١ ، ٢ (مثلاً) بمستوى معنوية م في حالة ما إذا كان :

$$| \bar{X}_1 - \bar{X}_2 | > A_{F M} \quad (3-49)$$

$$A_{F M} = t_{n-m} (2/m-1) \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}} \quad (3-50)$$

تطبيق (٣ - ٣٧)

في تجربة لمقارنة ثلاث طرق مختلفة لتدريب العمال وبيان أثر ذلك على الإنتاج تم توزيع العمال في ثلاث مجموعات ، وفيما يلي بيان بإنتاجهم بعد التدريب .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة ج
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣

بمستوى معنوية ٥ ٪ المطلوب :

أ - إختبار معنوية الفروق في الإنتاج بين طرق التدريب المختلفة .

ب - إختبار معنوية الفروق بين كل طريقة وأخرى .

الحل :

كلي	ج	ب	ا	
٤٨	١٢	١٦	٢٠	المجموع
٤	٣	٤	٥	المتوسط الحسابي

$$\text{مجموع} = ٢٤ + ٢٦ + + ٢٣ = ٢٠٦$$

$$\text{ك} = ١٩٢ - ٢٠٦ = ١٢ / ٢ (٤٨) - ٢٠٦ = ١٤$$

$$\text{م} = ٤ / ٢ ١٢ + ٤ / ٢ ١٦ + ٤ / ٢ ٢٠ =$$

$$- ١٢ / ٢ (٤٨) = ١٩٢ - ٢٠٠ = ٨$$

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
طرق التدريب	٨	٢	٤	٦
الخطأ التجريبي	٦	٩	٣/٢	
	١٤	١١		

$$\text{ف.} ٩٢١ (٠.٩٥) = ٤.٢١$$

يوجد فرق معنوي

المقارنات المتعددة :

$$أ ف م = ت (٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{٣}{٢} \left(\frac{١}{٤} + \frac{١}{٤} \right)}$$

$$١,٣٠٦ = (٠,٥٧٧) ٢,٢٦٢ =$$

وفيما يلي بيان بالمقارنات بين متوسطات الإنتاج في الطرق المختلفة :

متوسط المعاملة	أ ٥	ب ٤	ج ٣
أ ٥	.	١	٢
ب ٤		.	١

أي أن هناك فرق معنوي فقط بين الطريقتين أ ، ج .

تطبيق (٣ - ٣٨)

في دراسة لخواص التربة في ثلاث مناطق مختلفة ، قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية حجمها ١٠ قطع من كل منطقة وتحليلها ، وفيما يلي بيان نسب الطمي في التربة كما وردت بالتحليل .

والمطلوب : إختبار فرض تساوي نسب الطمي في الثلاث مناطق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

منطقة (١)	المنطقة (٢)	المنطقة (٣)
٢١	٢٤	١٨
٢٢	١٧	٢٣
٢٤	٢٨	٢٢
٢٦	١٩	٢١
٢٧	٢٥	١٨
٢٥	٢٠	١٩
١٩	٢٥	١٩
٢٩	٢٤	٢٥
٢٦	١٩	٢٤
٢٤	٢١	٢١

الحل :

مجموع = ٢٤٣ ، ٢٢٣ ، ٢١٠ في المناطق الثلاث على الترتيب .

$$\text{مجموع} = ٢٢١ + ٢٢٢ + + ٢٢٤ + ٢٢١ = ١٥٤٨٩$$

$$\text{ك} = ١٥٤٨٩ - ٣ \cdot \frac{١}{٢}(٦٧٥) = ١٥١٨٧,٥$$

$$\text{م} = ٣ \cdot \frac{١}{٢}(٦٧٥) - ١ \cdot \frac{١}{٢}(٢١٠) + ١ \cdot \frac{١}{٢}(٢٢٢) + ١ \cdot \frac{١}{٢}(٢٤٣) =$$

$$= ١٥٢٤٣,٣ - ١٥١٨٧,٥ = ٥٥,٨$$

جدول تحليل التباين

المصدر	ح. د	مجموع المربعات	متوسط المربعات	إحصاء الاختبار
بين المناطق الخطأ	٧	٥٥,٨	٢٧,٩	٣,٠٦٦
	٢٧	٢٤٥,٧	٩,١	
كلي	٢٩	٣٠١,٥		

قيمة الإحصاء أصغر من قيمة $F_{٧, ٢٧} (٠,٩٥)$

لذا لا نستطيع رفض فرض تساوي نسب الطمي في التربة بين المناطق الثلاث .

ملحوظة : الجداول الملحقة لا تعطي قيمة $F_{٧, ٢٧} (٠,٩٥)$ وبالنظر إلى القيمة التي قبلها والتي بعدها نجد أن : $F_{٢٤, ٢٧} (٠,٩٥) = ٣,٤٠$ ، $F_{٣٠, ٢٧} (٠,٩٥) = ٣,٣٢$ وهذا يعني أن قيمة $F_{٧, ٢٧} (٠,٩٥)$ تقع بين هاتين القيمتين : ، وهي بالتالي أكبر من قيمة F المشاهدة (٣,٠٦٦) .

تطبيق (٣ - ٣٩)

في دراسة لتلوث البيئة ، قام أحد المهندسين المختصين بمراقبة تلوث الهواء بفحص تأثير ثلاث مصانع مختلفة على تلوث الهواء ، وقد تم أحد خمس قراءات عشوائية لكل صناعة في أوقات مختلفة ، وفيما يلي النتائج المسجلة ، بين ما إذا كان هناك خلاف بين المصانع ، بمستوى معنوية ١ % .

مصنع (أ)	مصنع (ب)	مصنع (ج)
٤٦	٤٩	٤٥
٤٤	٥٢	٤٧
٥١	٥١	٤٢
٥٠	٥٤	٤٠
٤٩	٥٦	٤٣

الحل :

مصنع أ	مصنع ب	مصنع ج	
٢٤٠	٢٦٢	٢١٧	٧١٩
٤٨	٥٢,٤	٤٣,٤	٤٧,٩٣٣

مجموع

متوسط

$$\text{مجموع}^2 = 240^2 + \dots + 262^2 + 217^2 = 34709$$

$$ك = \text{مجموع}^2 - (\text{مجموع})^2 / ن = 34709 - (719)^2 / ١٥$$

$$290 = 34464 - 34709 =$$

$$م = 34464 - ٥ / 227 + ٥ / 262 + ٥ / 240 = 2.3$$

المصدر	ح. د	مجموع التكرارات	متوسط التكرارات	ف
بين المناطق	٢	٢٠٣	١٠١,٥	١٣,٢
الخطأ	١٢	٦٢	٧,٦٧	
المجموع كلي	١٤	٢٩٥	٢١,٠٠	

$$٦,٩٣ = (٠,٩٩) ١٢,٢$$

نرفض ف. : أي أن المتوسطات غير متساوية

المقارنات بين المصانع :

مصنع جـ	مصنع أ	مصنع ب	
٤٣,٤	٤٨	٥٢,٤	
٩	٤,٤	٠٠	مصنع ب ٥٢,٤
٤,٦	٠٠	٠٠	مصنع أ ٤٨

$$أ ف م = ١٢ (٠,٩٩٥) \sqrt{٧,٦٧ \left(\frac{1}{٥} + \frac{1}{٥} \right)}$$

$$٦,٩ = ٣,٠٦٨ \sqrt{٣,٩٣٠} =$$

يوجد فرق معنوي بين المصنع ب والمصنع جـ .

تطبيق (٣ - ٤٠)

البيان التالي يعرض عدد الأميال المقطوعة للجالون والمسجلة بواسطة خمس سيارات متماثلة تسير وفق ظروف مماثلة باستخدام ٣ أنواع مختلفة من البنزين ،
وضح بمستوى معنوية ٥ ٪ ما إذا كان هناك فروق بين أنواع البنزين الثلاثة :

(أ)	(ب)	(ج)
٢٦	٢٤	٢٩
٢٩	٢٥	٢٦
٢٦	٢٧	٢٤
٢٩	٢٦	٢٦
٢٨	٢٣	٢٧

الحل :

	أ	ب	ج	
المجموع	١٣٨	١٢٥	١٣٢	٣٩٥
المتوسط الحسابي	٢٧,٦	٢٥	٢٦,٤	٢٦,٣٣
مربع المجموع	١٩,٤٤	١٥٦٢٥	١٧٤٢٤	
مجد ص = ٢	١.٤٥١ =			

المصدر	ح. د	مجموع المربعات	متوسط المربعات	الإحصاء
بين المعاملات	٢	١٦,٩٣	٨,٤٧	٣,١٤
الخطأ التجريبي	١٢	٣٢,٤٠	٢,٧	
المجموع كلي	١٤	٤٩,٣٣		

$$٣,٨٩ = (٠,٩٥) ١٢,٢$$

لا نستطيع رفض فرض تساوي المتوسطات لأنواع البنزين الثلاثة .

٣-٥-٢ اختبار كروسكال - واليز

قدمه العالمان Kruskal and Wallis عام ١٩٥٢ ويعرض الاختبارات اللامعلمية Non Parametric ويستخدم لمقارنة المجموعات واختبار الفروق بينها في التصميم كامل العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

١ - مستوى قياس المتغير التابع ترتيبى على الأقل .

٢ - العينات كلها عشوائية ومستقلة .

الفروض :

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات : فقد تكون :

أ - تساوى المتوسطات الحسابية في حالة البيانات الفترية وقمائل التوزيعات .

ب - تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية ومقابل التوزيعات .

ج - تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

إحصاء الاختبار :

يتم ترتيب كل المفردات ترتيباً تصاعدياً ، وفي حالة وجود قيود (قيم مكررة) تعطي كلها رتبة تعادل المتوسط الحسابي للرتب المقيدة ، لجمع الرتب في كل مجموعة : $١, ٢, ٣, \dots, n$. ويكون متوسط رتب المجموعات $١, ٢, \dots, n$.

وفي حالة عدم وجود قيود أو كانت قليلة نستخدم الإحصاء .

$$\text{ص} = \frac{١٢ \text{ مجرد ل. / نل}}{n(١+n)} - ٣(١+n) \quad (٣-٥١)$$

وفي حالة زيادة القيود بدرجة كبيرة نستخدم الإحصاء .

$$\text{ص} = \frac{١}{٢} (\text{مجرد ل. / نل} - n(١+n)/٤) \quad (٣-٥٢)$$

حيث

$$٢ = \frac{١}{١-n} (\text{مجرد ل.} - n(١+n)/٤) \quad (٣-٥٣)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع توزيع خاص هو توزيع كروسكال - والز ، وتعرض الجداول الإحصائية الملحق (جدول - ١٢) قيم التوزيع في حالة وجود ثلاث مجموعات $m = 3$ وحجم عيناتها لا تزيد عن ٥ .

وفي حالة وجود قيود ، أو عدم وجود القيم بالجدول يستخدم توزيع كا^٢ بدرجات حرية $m - ١$ حيث يعطي قيم تقريبية .

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض فرض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مثلاً مختلفان بمستوى معنوية m في حالة .

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| > A_f m \quad (3-54)$$

$$A_f m = t_{\alpha/2, m-n} \sqrt{2 \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n} \right) \left(\frac{s^2 - 1}{m - n} \right)}$$

(3-55)

تطبيق (٣ - ٤١)

في دراسة للإحجامات تم سحب ثلاث عينات من ثلاث مجتمعات مختلفة تمثل طلبة كليات التربية والإجتماع والخدمة الإجتماعية ، وتم توزيع قائمة على كل طالب تشمل عدداً من الأسئلة والفقرات . وفيما يلي بيان بمجموع الإجابات لكل طالب . بين ما إذا كان هنا فرق بين المجموعات الثلاثة وذلك بمستوى معنوية ٥ % .

الخدمة الإجتماعية	الإجتماع	التربية
٣٩	١٤	٣٠
٨٠	٤٠	٤٣
٨٤	٥٢	٢٦
٧٢	٦٤	١١
	٣٧	٣٥

الحل :

(أ)	(ب)	(ج)
٤	٢	٧
٦	٨	١٣
٣	١٠	١٤
١	١١	١٢
٥	٦	

٤٦

٣٧

٢٢

د.

$$٨٩٩,٦ = ٥٢٩ + ٢٧٣,٨ + ٩٦,٨ = \text{م.ر.ج.}$$

$$\text{ص} = \frac{١٢ \text{ م.ر.ج.} / \text{ن.}}{(١+ن)ن} - ٣$$

$$٦,٤ = (١٥)٣ - \frac{(٨٩٩,٦)١٢}{(١٥)١٤} =$$

بالرجوع لجداول ١٢ نجد عند أحجام العينات ٥ ، ٥ ، ٤ ومستوى معنوية ٠,٥ أن القيمة الحرجة هي ٥,٦٤ لذا نرفض فرض العدم .

المقارنات المتعددة :

$$\frac{١}{١-ن} = ٢, [\text{م.ر.ج.} ٢ - ن(١+ن) / ٤]$$

$$١٧,٥ = [\text{م.ر.ج.} ٢ - ن(١+ن) / ٤] \frac{١}{١-ن} =$$

$$\text{أ ف م} = \sqrt{ (٠,٩٧٥)١١ } \left(\frac{١}{٢٥} + \frac{١}{١٥} \right) \left(\frac{٦,٤ - ١ - ١٤}{١١} \right) ١٧,٥$$

$$= \sqrt{ (١٠,٥) } \left(\frac{١}{٢٥} + \frac{١}{١٥} \right) ٢,٢٠١$$

ويتوقف هذا المقدار على مجموع العينات محل المقارنة ، ولذا يكون لدينا قيمتان :

$$\text{أ ف م} = \sqrt{2,201} = 10,5 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) \quad \text{أو} \quad 4,8$$

$$4,78 = \sqrt{2,201} = 10,5 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right)$$

الترية	الإجتماع	الخدمة الإجتماعية
4,4	7,4	11,5
الترية ب 4,4	3	7,1
الإجتماع 7,4		4,1

إذن يوجد فرق معنوي فى الإتجاهات فقط بين طلبة الترية والخدمة الإجتماعية .

تطبيق (٣ - ٤٢)

فى إحدى المدارس التجريبية ، تستخدم ثلاث طرق للتدريس ، وكل فصل يحوي ٨ طلاب - وفى نهاية العام يتم إختيارهم وإعطائهم رتب حسب أدائهم ، وكما هو موجز بالبيان التالى .

والمطلوب : إختبار الفرض بأن الثلاث طرق متكافئة وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

طرق التدريس

(أ)	(ب)	(ج)
١٦	٢٠	١٩
٢١	٣	١
٩	١٢	١٠
٢٤	١١	٤
١٥	٥	٢
٢٢	١٨	١٤
١٣	٧	١٧
٢٣	٨	٦

الحل :

المجموع : دل. ١٤٣ ٨٤ ٧٣

ر^٢ل. ٢٠٤٤٩ ٧٠٥٩ ٥٣٢٩

مجد ر^٢ل/نل = ٢٥٥٦,١ + ٨٨٢ + ٦٦٦,١ = ٤١٠٤,٢

$$ص = \frac{(٤١٠٤,٢) ١٢}{(٢٥) ٢٤} - (٢٥) ٣ = ٧,٠٨$$

$$كأ_p (٠,٩٥) = ٥,٩٩١$$

لذا نرفض فرض إعتبار أن الثلاث طرق متكافئة .

المقارنات المتعددة :

$$S_0 = [2 / \sqrt{(25) 24} - 29.0] \frac{1}{\sqrt{23}} = 2.$$

$$\text{أ ف م} = \sqrt{(-.975)}_{21} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} \right) \left(\frac{7.08 - 1 - 29}{3 - 24} \right) S_0.$$

$$6.4 = 3.78 \times 2.0 =$$

الطريقة جـ	الطريقة بـ	الطريقة أـ	متوسط الرتب
9.1	10.5	17.9	
8.8	7.4	..	الطريقة أـ 17.9
1.4	الطريقة بـ 10.5

توجد فروق معنوية بين كل من الطرق أ ، ب وكذا أ ، ج .

٣ - ٦٠ مقارنة عدة متوسطات : بيانات مرتبطة

٣ - ٦ - ١ تصميم القطاعات كاملة العشوائية

تصميم القطاعات كاملة العشوائية ^(*) Completely randomized
blaeks يعد امتداداً لتصميم الأزواج المرتبطة (٣ - ٢) غير أن المقارنة هنا
تتم بين أكثر من مجموعتين . ويستخدم هذا التصميم لضبط الاختلافات بسبب
المصادر غير المرغوب فيها ، ويتم ذلك من خلال تقسيم الوحدات التجريبية إلى
فئات متجانسة نسبياً تسمى القطاعات التجريبية Experimental blocks ،
وهذه القطاعات تكون متجانسة بحيث تحوى وحدات تجريبية لها خواص مشتركة
يكون لها تأثير على المتغير التابع محل الدراسة . ويكون عدد الوحدات
التجريبية داخل كل قطاع مساوياً عدد المعاملات .

ومن الأمثلة على ذلك في التجارب الزراعية تكون القطاعات من أراض
بستوى خصوبة معينة أو لها مساحة معينة أو مجموعة أشجار متماثلة .

وفي البحوث الخاصة بالتغذية والعلاج والتي تجرى على حيوانات التجارب
تكون القطاعات من حيوانات من نفس الولادة وفي تجارب العلاج التي تجرى على
المرضى يمكن تقسيمهم إلى قطاعات حسب العمر ، الجنس ، شدة المرض .. إلخ .

(*) توجد تسميات مختلفة لهذا النموذج وهي:

Two way anova - one observation per cell .
One factor within - Subjects design .
Treatment by Subjects design .
Repeated measures design .

التعشية :

- ١ - يتم ترقيم المعاملات وكذا ترقيم القطاعات .
- ٢ - للقطاع الأول تقوم بسحب مجموعة عشوائية بعدد المعاملات كل وحدة فيها تخصص لمعاملة معينة - وذلك بالأسلوب السابق إتباعه في النموذج كامل العشوائية .
- ٣ - نكرر الخطوة السابقة على باقي القطاعات .

الفروض :

يوجد فرضان يمكن إختبارهما .

- ١ - لا يوجد تأثير للمعاملات (الأعمدة) ، بمعنى أن تأثير المعاملات على المتوسطات متساو .
- ٢ - لا يوجد تأثير للقطاعات (الصفوف) ، بمعنى أن تأثير القطاعات على المتوسطات متساو .

تحليل التباين :

البيان التالي يعرض قيم المشاهدات (المتغير التابع) في مصفوفة وموزعة حسب المعاملات (الأعمدة) والقطاعات (الصفوف) - ويوضح كذلك مجموع القيم والمتوسط الحسابي وذلك لكل معالجة ولكل قطاع .

المعاملات		مجموع		متوسط	
١	٢	ل	م		
١١ ص	٢١ ص	١١ ص	١١ ص	١٠ ص	١٠ ص
٢				٢٠ ص	
٣				ص	ص
٤				ص	ص
ق	ص	ص	ص	ص	ص
مجموع		١٠ ص	٢٠ ص	١٠ ص	١٠ ص
متوسط		١٠ ص	٢٠ ص	١٠ ص	١٠ ص

وفيما يلي عرض لجدول تحليل التباين والرموز والمصطلحات المستخدمة وكذا العمليات الحسابية .

جدول تحليل التباين

مصدر التباين	مجموع المربعات	د . ح	متوسط المربعات	الإحصاء
المعاملات	م	١ - م	٢	٢ / ٢ خ / خ
القطاعات	ق	١ - ق	٢	٢ / ٢ ق / خ
الخطأ	خ	(١ - م) (١ - ق)	٢	
	ك	١ - ن		

$$(56-3) \quad \text{ك} = \text{مجد ص}^2 - \text{ص}^2 \dots / \text{ن}$$

$$(57-3) \quad \text{م} = \text{مجد ص}^2 \text{ ل} / \text{ق} - \text{ص}^2 \dots / \text{ن}$$

$$(58-3) \quad \text{ق} = \text{مجد ص}^2 \text{ ر} / \text{م} - \text{ص}^2 \dots / \text{ن}$$

$$(59-3) \quad \text{خ} = \text{ك} - (\text{م} + \text{ق})$$

$$(60-3) \quad \text{م}^2 = \text{م} (1 - \text{م})$$

$$(61-3) \quad \text{ق}^2 = \text{ق} (1 - \text{ق})$$

$$(62-3) \quad \text{خ}^2 = \text{خ} / (\text{م} - 1) (1 - \text{ق})$$

إحصاء الاختبار :

لإختبار فرض تساوي تأثير المعاملات نستخدم الإحصاء

$$(63-3) \quad \text{ف}^2 = \text{م}^2 / \text{خ}^2$$

وهو يتبع توزيع ف ب درجات حرية (م - 1) ، (1 - ق) (1 - ق)

ولإختبار فرض تساوي تأثير القطاعات نستخدم الإحصاء

$$(64-3) \quad \text{ف}^2 = \text{ق}^2 / \text{خ}^2$$

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض فرض العدم فإن متوسط مجتمعان ١ ، ٢ يختلفان معنوياً بمستوى معنوية α إذا كان .

$$| \bar{x}_1 - \bar{x}_2 | > \text{أ ف م} \quad (٣-٦٥)$$

$$\text{أ ف م} = t_{(١-٢) (١-ق)} \sqrt{\frac{(٢-١)}{٢} \times (٢/ق)} \quad (٣-٦٦)$$

تطبيق (٣ - ٤٣)

مؤسسة تريد إدخال نظام منسق الكلمات وقد تقرر إختيار النظام الذي يحقق أكبر إنتاج ، تم تجربة الأنظمة الثلاثة المتاحة على ستة من العمال تم إختيارهم عشوائياً بحيث يعمل كل منهم على الأنظمة كلها ، وقد سجل إنتاج كل منهم (عدد الكلمات في الدقيقة) . والمطلوب إختبار فرض إختلاف الأنظمة بمستوى معنوية ٥ ٪ وإجراء المقارنات بين المعاملات .

النظام

العامل	١	٢	٣
١	٤٢	٤٥	٤٥
٢	٣٧	٣٦	٤٠
٣	٥٣	٥٦	٥٥
٤	٦٨	٧٣	٧٥
٥	٤٨	٤٥	٤٨
٦	٣٦	٣٩	٤٠

النظام

متوسط	مجموع	٣	٢	١	العامل
٤٤	١٣٢	٤٥	٤٥	٤٢	١
٣٧,٧	١١٣	٤٠	٣٦	٣٧	٢
٥٤,٧	١٦٤	٥٥	٥٦	٥٣	٣
٧٢	٢١٦	٧٥	٧٣	٦٨	٤
٤٦,٧	١٤٠	٤٨	٤٥	٤٨	٥
٣٧,٣	١١٥	٤٠	٣٩	٣٦	٦
٤٨,٩	٨٨٠	٣٠٢	٢٩٤	٢٨٤	مجموع
		٥٠,٣	٤٩	٤٧,٣	متوسط

$$\text{مجموع ص} = ٤٥٥٨٢$$

$$\text{ك} = ٢٥٥٩,٧٨ = ١٨ / ٢ (٨٨٠) - ٤٥٥٨٢$$

$$٢٥٥٩,٧٨ = ٤٣.٢٢,٢٢ - ٤٥٥٨٢ =$$

$$\text{م} = ٢٧,١١ = ٤٣.٢٢,٢٢ - ٦ / (٢٣.٢ (٢٢٩٤ + ٢٢٨٤))$$

$$\text{ق} = ٣ / (٢١١٥ + ٢١٤٠ + ٢٢١٦ + ٢١٦٤ + ٢١١٣ + ٢١٣٢)$$

$$٢٥٠١,١١ = ٤٣.٢٢,٢٢ -$$

$$\text{خ} = ٣١,٥٦ = (٢٥٠١,١١ + ٢٧,١١) - ٢٥٥٩,٧٨$$

المصدر	ح.د	م.م	متوسط المبيعات	الإحصاء
الأنظمة	٢	٢٧,١١	١٣,٥٦	٤,٣:
العمال	٥	٢٥٠,١١	٥٠٠,٣٢	١٥٨,٥٢
الخطأ	١٠	٣١,٥٦	٣,١٦	
المجموع	١٧	٢٥٥٩,٧٨		

$$٤,١ = (٠,٩٥)١,٢$$

وبذلك نرفض فرض تكافؤ الأنظمة .

المقارنات المتعددة :

$$\sqrt{(٦/٢) ٣,١٦} \quad \text{أ ف م ت} = (٠,٩٧٥)١,٢$$

$$٢,٢٨٦ = (١,٠٢٦) ٢,٢٢٨ =$$

النظام	١	٢	٣
المتوسط	٤٧,٣	٤٩	٥٠,٣
١	٤٧,٣	١,٧	٣
٢	٤٩		١,٣

لا توجد فروق معنوية بين الأنظمة ١ ، ٢ ، وكذلك بين ٢ ، ٣ ، بينما يوجد فرق معنوي بين النظامين ١ ، ٣ .

تطبيق (٣ - ٤٤)

في تجربة لمقارنة ثلاثة أنواع من البتزين وأربعة أنواع من الإضافات تم الحصول على البيانات التالية وهي تعرض الأميال المقطوعة في الجالون لكل توليفة .

المطلوب :

- أ - إختيار فرض تكافؤ أنواع البتزين بمستوى معنوية ٥ % .
ب - إختيار فرض تكافؤ أنواع الإضافات بمستوى معنوية ٥ % .

ج	ب	أ	أنواع البتزين	أنواع الإضافات
			١	٢
٢٩	٢٥	٢٧	١	٢
٢٩	٣١	٣٢	٢	٣
٢٦	٢٨	٢٧	٣	٤
٢٥	٢٦	٢٦	٤	

الحل :

المتوسط	المجموع	ج	ب	أ	
٢٧	٨١	(٨٤١)٢٩	(٦٢٥)٢٥	(٧٢٩)٢٧	١
٣٠,٦٧	٩٢	(٨٤١)٢٩	(٩٦١)٣١	(١٠٢٤)٣٢	٢
٢٧	٨١	(٦٧٦)٢٦	(٧٨٤)٢٨	(٧٢٩)٢٧	٣
٢٥,٦٧	٧٧	(٦٢٥)٢٥	(٦٧٦)٢٦	(٦٧٦)٢٦	٤
	٣٣١	١١٢	١١	١١٢	المجموع
٢٧,٥٨		٢٨	٢٧,٥	٢٨	المتوسط

الأرقام بين الأقواس هي مربعات الأميال ومجموعها ٩١٨٧ .

جدول تحليل التباين

المصدر	ح. د	مجموع المربعات	متوسط المربعات	ف
البنزين	٢	١,١٧	٠,٥٨٥	٠,٢٥
الإضافات	٣	٤١,٥٩	١٣,٨٦	٥,٨٧
الخطأ	٦	١٤,١٦	٢,٣٦	
	١١	٥٦,٩٢		

$$٠,١٤ = (٠,٩٥)٠,٢٥$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $F = ٠,٢٥$ أصغر منها لذا لا نستطيع رفض فرض تكافؤ أنواع البنزين الثلاث .

$$٤,٧٦ = (٠,٩٥)٠,٣٥$$

وحيث أن قيمة الإحصاء $F = ٥,٨٧$ أكبر منها لذا نرفض فرض تكافؤ أنواع الإضافات الأربع .

اختبار فريدمان Friedman Test

قدمه العالم فريدمان Friedman عام ١٩٣٧ وهو من الإختبارات اللامعلمية ويستخدم لمقارنة تأثير ثلاث معاملات أو أكثر لتصميم القطاعات كاملة العشوائية ، وذلك في حالة عدم توفر الشروط اللازمة لإستخدام إجراءات تحليل التباين .

الإفتراضات :

١ - مستوى قياس المتغير التابع ترتيبى على الأقل .

٢ - المشاهدات داخل كل قطاع عشوائية ومستقلة .

الفروض :

وهذه تتوقف على الإفتراضات حول البيانات ، فقد تكون :

أ - تساوي المتوسطات الحسابية : في حالة البيانات الفترية وتماثل التوزيعات .

ب - تساوي الوسيط في كل المجتمعات : في حالة البيانات الترتيبية وتماثل التوزيعات .

ج - تساوي متوسط الرتب في كل المجتمعات : في حالة عدم وجود إفتراضات حول التوزيعات .

ويوجد فرضان يمكن إختبارهما الأول عن تأثير المعاملات والثاني لتأثير القطاعات .

إحصاء الإختبار

يتم تنظيم البيانات في مصفوفة من ق من الصفوف (قطاعات) ، م من الأعمدة (معاملات) كما سبق في تصميم القطاعات كاملة العشوائية ، يتم إعطاء القيم في كل صف (قطاع) رتب - ثم تجمع الرتب في كل عمود (معاملة) فإذا كان فرض العدم صحيحاً يتساوى تقريباً مجموع الرتب في المعاملات :

١٢. ٢٣. ٢٤. ٢٥. ٢٦. ٢٧. ٢٨. ٢٩. ٣٠. ٣١. ٣٢. ٣٣. ٣٤. ٣٥. ٣٦. ٣٧. ٣٨. ٣٩. ٤٠. ٤١. ٤٢. ٤٣. ٤٤. ٤٥. ٤٦. ٤٧. ٤٨. ٤٩. ٥٠. ٥١. ٥٢. ٥٣. ٥٤. ٥٥. ٥٦. ٥٧. ٥٨. ٥٩. ٦٠. ٦١. ٦٢. ٦٣. ٦٤. ٦٥. ٦٦. ٦٧. ٦٨. ٦٩. ٧٠. ٧١. ٧٢. ٧٣. ٧٤. ٧٥. ٧٦. ٧٧. ٧٨. ٧٩. ٨٠. ٨١. ٨٢. ٨٣. ٨٤. ٨٥. ٨٦. ٨٧. ٨٨. ٨٩. ٩٠. ٩١. ٩٢. ٩٣. ٩٤. ٩٥. ٩٦. ٩٧. ٩٨. ٩٩. ١٠٠.

والإحصاء المستخدم في الاختبار هو :

$$ع = مجرل. - \frac{(مجدول.)^2}{م} \quad (٦٧-٣)$$

وهذا الإحصاء له توزيع معانية خاص (جدول ١٣ من الجداول(*) الإحصائية الملحقه) .

وإذا زادت قيمة م عن ٧ يستخدم الإحصاء .

$$ص = \frac{ع١٢}{ق م (١ + م)} \quad (٦٨-٣)$$

$$= \frac{١٢ مجرل. - ٣ ق (١ + م)}{ق م (١ + م)} \quad (٦٩-٣)$$

وهو يتبع تقريباً توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١

(*) لاحظ الخلاف في رموز المعاملات والقطاعات م ، ق حيث تعرض بالجدول ن ، م على الترتيب .

المقارنات المتعددة :

في حالة رفض العدم ، يعتبر المجتمعان ١ ، ٢ مختلفان بمستوى معنوية α في حالة :

$$| \bar{y}_1 - \bar{y}_2 | \geq t_{\alpha/2, n-2} \quad (٧٠-٣)$$

$$t_{\alpha/2, n-2} = \frac{(\bar{y}_1 - \bar{y}_2) \sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - 1 \right)}}{\sqrt{\frac{1}{n-2} \left(\frac{1}{1-\alpha} - 1 \right)}} \quad (٧١-٣)$$

$$\text{حيث } \bar{y}_1 = \text{معدل } \bar{y}_2 \quad (٧٢-٣)$$

وفي حالة عدم وجود قيود فإن :

$$t_{\alpha/2, n-2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha}} \quad (٧٣-٣)$$

$$t_{\alpha/2, n-2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha}} \quad (٧٤-٣)$$

ملاحظات :

في حالة (*) أ = ب تعتبر هذه النقطة تنتمي إلى منطقة الرفض ونعدل مستوى المعنوية إلى $\alpha = (1/\alpha) - 1$.

(*) Conover, W. J., PP 300 .

تطبيق (٣ - ٤٥)

في إجتماع لسبعة من المديرين ، قاموا بإعطاء رتب لعشرة من صفات القيادة من ١ (الأقل أهمية في القائد) إلى ١٠ (الأكثر أهمية في القائد) وتم إعداد البيانات في الجدول التالي :

كيف يمكن تحليل هذه البيانات لبيان ما إذا كان هناك ميل لدى المديرين للإتفاق حول صفات القيادة الأكثر أهمية ، أو بمعنى آخر ما إذا كان هناك بعض من صفات القيادة لها أهمية أكبر من الصفات الأخرى وذلك بمستوى معنوية ٥ % .

صفات القيادة	المدير									
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	١	٣	٢	٩	١٠	٥	٦	٨	٤	٧
٢	٢	١	٧	١٠	٩	٨	٣	٥	٤	٦
٣	٧	١	٩	٦	١٠	٤	٥	٢	٣	٨
٤	٧	٢	٥	٤	٩	٦	١٠	٣	١	٨
٥	٤	٥	٨	٦	١٠	٣	٧	٢	١	٩
٦	٢	١	٧	٦	٩	٤	١٠	٥	٣	٨
٧	٣	٧	٨	١	٩	٢	٥	٤	١	١٠

الحل :

الصفة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	المجموع
مجموع الترتيبات	٢٦	٢٠	٤٦	٤٧	٦٦	٣٢	٤٦	٢٩	١٧	٥٦	٣٨٥
ر.ل.	١٧٦	٤٠٠	٢١١٦	٢٢٠٩	٣٥٦٠	١٠٢٤	٢١١٦	٨٤١١	٢٨٩	٣١٣٦	١٧١٦١

$$ع = \text{مجدول}^2 - \frac{(\text{مجدول}^2)}{م}$$

$$٢٣٤٠,٥ = ١٠ / (٣٨٥) - ١٧١٦٣ =$$

وحيث أن عدد المعالجات م = ١٠ فإننا لا نستطيع استخدام جدول ١٣ - توزيع فريدمان - ويمكن استخدام توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ = وذلك للإحصاء .

$$\text{ص} = \frac{ع١٢}{ق م (١ + م)}$$

$$٣٦,٤٧ = \frac{(٢٣٤٠,٥) ١٢}{(١١) (١٠) ٧} =$$

ومن جدول توزيع كا^٢

$$١٦,٩١٩ = (٠,٩٥) كا^٢$$

وبالتالي نرفض فرض العدم والذي يقتضي بأن صفات القيادة المذكورة كلها على نفس الدرجة من الأهمية من وجهة نظر المديرين .

المقارنات المتعددة :

$$أ = \frac{1}{q} م ق م (1 + م) (1 + م^2)$$

$$2695 = (21) (11) (10) (7) \frac{1}{q} =$$

$$ب = \frac{1}{q} مجرأل.$$

$$7 / 13163 = [3136 + \dots + 400 + 676] \frac{1}{v} =$$

$$2401,86 =$$

$$أ ف م = ت ٥٤ (٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{(2401,86 - 2695) (7) 2}{(9) (6)}}$$

$$15,92 = 7,96 \times 2,00 =$$

ويتم ترتيب مجموع الرتب بكل صفة (رل .) ترتيباً تصاعدياً .

الصفة	٩	٢	٨	٦	٣	٧	٤	١٠	٥
	١٧	٢٠	٢٦	٢٩	٣٢	٤٦	٤٦	٤٧	٥٦

وقد وضعت خطوط تحت الصفات المتقاربة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً وهي التي تكون الفروق بينها أقل من أ ف م .

تطبيق (٣ - ٤٦)

في إحدى المؤسسات التعليمية يتلقى الطلاب المقرر من أربعة من المدرسين . ولتقييم المدرسين تم إختيار خمسة طلاب عشوائياً وطلب منهم وضع تقديرات للأربعة مدرسين وتم الحصول على البيانات الموضحة في الجدول التالي :

والمطلوب :

أ - اختبار فرض تساوي المدرسين في الكفاءة التدريسية بمستوى معنوية ٥ % .

ب - مقارنة الكفاءة التدريسية بين المدرسين .

الطلبة	المدرسين			
	أ	ب	ج	د
١	جج	ل	م	ج
٢	م	ل	جج	ج
٣	جج	ج	م	ل
٤	ج	ل	جج	م
٥	م	ل	جج	ج

(ل) مقبول ، (ج) جيد ، (جج) جيد جداً ، (م) ممتاز

الحل :

الطلبة	المدرسين	أ	ب	ج	د
١	٤	١	٣	٢	
٢	٤	١	٣	٢	
٣	٣	٢	٤	١	
٤	٢	١	٣	٤	
٥	٤	١	٣	٢	
٥. دل.	١٧	٦	١٦	١١	٥٠
٧.٢ ر.ل.	٢٨٩	٣٦	٢٥٦	١٢١	٧٠٢

$$ع = \text{مجد ر.ل.} - (\text{مجد دل.}) / ٢ م$$

$$٧٧ = ٤ / ٢٥٠ - ٧.٢ =$$

وبالرجوع لجدول (*) ١٣ وعند $م = ٤$ ، $ق = ٥$ يتضح أن $ح (ع \leq ٧٧) = ١٧$.

ولذا نرفض فرض تساوى الكفاءة بين المدرسين .

(*) م ، ق يناظرها بالجدول ١٣ ن ، م على الترتيب .

المقارنات المتعددة :

إستخدام الصيغة (٣ - ٧١) نحسب أ ف م

$$أ = \frac{1}{4} ق م (١ + م) (١ + م^2)$$

$$١٥٠ = (٩) (٥) (٤) \div \frac{1}{4} =$$

$$ب = \frac{1}{3} مجر ل = \frac{1}{3} (٧.٢) = ١٤٠,٤$$

$$أ ف م = ١٢ (٠,٩٧٥) \sqrt{\frac{(١٤٠,٤ - ١٥٠) (٥)^2}{(٣) (٤)}}$$

$$٦,١٦٣ = ٢,٨٢٨ \times ٢,١٧٩ =$$

ترتيب المدرسين تصاعدياً حسب مجموع الرتب .

ب د ج أ

٦ ١١ ١٦ ١٧

تم وضع الخطوط تحت المجموعات المتكافئة والتي لا تختلف عن بعضها معنوياً .

الباب الرابع

النسب والمعدلات

هذا الباب يعرض مجموعة هامة من أساليب الإستقراء حول النسب والمعدلات . وقد تم تقسيم هذه الأساليب في ثلاث فصول ، يعرض الأول منها أساليب الإستقراء حول نسبة واحدة ويعرض الفصل الثاني أساليب الإستقراء لمقارنة نسبتان : في حالة البيانات المستقلة وكذا في حالة البيانات المرتبطة . كما يعرض الفصل الثالث أساليب الإستقراء حول مقارنة عدة متوسطات .

وكما سبق إتباعه في الفصول السابقة ، نعرض أولاً الأساليب الأصلية ، وننتقل إلى الأساليب الأخرى التي يمكن إستخدامها حال عدم توفر الشروط أو بإعتبارها تقريب جيد في حالات معينة .

٤ - ١ النسبة

هذا الفصل يعرض أساليب الإستقراء المتعلقة بنسبة وحيدة . وكل من هذه الأساليب يعتمد على توزيع احتمالي معين - ولذا يطلق غالباً اسم التوزيع على الاختبار : وهي :

١ - الاختبار الهيرجيو متري .

٢ - اختبار ذي الحدي .

٣ - الاختبار الطبيعي .

وكل من هذه الأساليب ، موجه لحالات معينة كما يمكن أحياناً - تحت توافر شروط معينة إستخدام واحد كبديل تقريبي لآخر .

هذا مع ملاحظة أن التوزيعات الاحتمالية ، تم عرضها تفصيلاً بالجزء الأول ، أسس الإستقراء ، الفصل (٢-٤) .

٤-١-١ الاختبار الهيبرجيومترى Hypergeometric

يستخدم في حالة سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها (ن) من مجتمع حجمه (ن) بدون إرجاع الوحدات المسحوبة ، أو حالة سحب العينة دفعة واحدة من المجتمع وهذا المجتمع يحوي عدد قدره أ من الوحدات ذات خاصية معينة محل الإهتمام - والتطبيق أدناه يعد نموذجاً لإستخدام هذا الإختبار .

فرض العدم : ف . : أ = أ .

إختبار الإحصاء :

س وهو عدد الوحدات بالعينة والتي تتمتع بالخاصية محل الإهتمام .

توزيع المعاينة : الإحصاء س يتبع التوزيع الهيبرجيومترى بالمعالم ن ، ن ، أ .

قاعدة القرار :

نرفض إذا كانت س ≤ كس . حيث س . هي أصغر قيم س التي تحقق :

$$ح (س ≤ كس) ≥ \alpha$$

$$1 - ح (س ≥ 1 - \alpha) = \alpha$$

(*) لمزيد من التفاصيل - راجع القسم (٢-٤-١) بالجزء الأول : أسس الإستقراء .

$$(1-4) \quad 1 - C_n, A. (S - 1) \geq M$$

$$(2-4) \quad C_n, A. (S - 1) \leq 1 - M$$

ويمكن استخدام أي من الصيغتين السابقتين .

تطبيق (١-٤)

مؤسسة بمصدد شراء ١٠ وحدات من قطع الغيار وتقرر قبول الصفقة إذا كانت نسبة المعيب ٢٠ ٪ . ثم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ٤ وجد بها قطعة واحدة معيبة ، والمطلوب تقرير ما إذا كانت الصفقة ترفض أو تقبل بمستوى معنوية ٢٠ ٪ .

الحل :

$$N = 10 , n = 2$$

$$\text{نسبة المعيب } 20\% \text{ تعني أن } A = 2 (0.2 \times N)$$

فرض العدم : نسبة المعيب ٢٠ ٪ تكافئ أن عدد الوحدات المعيبة في المجتمع $A = 2$ أي أن :

$$F : A = 2$$

$$F : A < 2$$

من جدول التوزيع الهبيرجيومتري (جدول - ٦) نجد أن القيمة الحرجة هي $S = 2$ والتي تحقق الصيغة (٤ - ٢) أي هي أصغر قيمة S تحقق :

$$C. 2, 4, 1. (S - 1) \leq 0.80$$

وتصبح المنطقة الحرجة (منطقة الرفض) هي : $s \leq 2$.
مستوى المعنوية الفعلي :

$$h(s \leq 2) = 1 - h(s \geq 2)$$

$$= 1 - h(2, 4, 1) = 1 - 0,867 = 0,133$$

٤ - ١ - ٢ اختبار ذي الحدين

الإفتراضات :

١ - كل محاولة تشمل نتيجتين فقط (نجاح ، فشل) .

٢ - المحاولات مستقلة عن بعضها .

٣ - احتمال النجاح (الخاصية محل الإهتمام) في كل محاولة ثابت .

الفروض :

قد تكون واحد مما يلي :

$$a - f : q = q_0 \quad f : q \neq q_0$$

$$b - f : q \geq q_0 \quad f : q < q_0$$

$$c - f : q \leq q_0 \quad f : q > q_0$$

إحصاء الاختبار

s وهو عدد حالات النجاح .

توزيع المعاينة :

s يتبع توزيع ذي الحدين ، معالته n ، q .

قاعدة القرار :

تعتمد على الفرض المطلوب إختباره ، مع ملاحظة أن الإحصاء عدد صحيح وقد لا يسمح بتحقيق مستوى المعنوية المحدد تماماً .

وفيما يلي مناطق الرفض حسب الفرض المطلوب إختباره :

أ - الإختبار من جانبيين : تكون :

منطقة الرفض :

$$س \geq ١٥ \quad \text{أو} \quad س < ٢ \quad (٣-٤)$$

$$\text{حيث : } ح (س \geq ١٥) = ٢/٥ \quad (٤-٤)$$

وبالرموز المستخدمة في توزيع ذي الحدين :

$$ح ن ، ق . (س \geq ١٥) = ٢/٥ \quad (٥-٤)$$

$$ح (س < ٢) = ٢/٥ \quad (٦-٤)$$

$$\text{أو} \quad ح (س \geq ٢) \leq ١ - ٢/٥ \quad (٧-٤)$$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$ح ن ، ق . (س \geq ٢) \leq ١ - ٢/٥ \quad (٨-٤)$$

ب - الإختبار من جانب واحد (الأيمن)

قيم س الكبيرة توضح أن فرض العدم غير صحيح ، وبذلك تتكون منطقة الرفض من قيم س الأكبر من س* أي :

منطقة الرفض :

$$(9-4) \quad s < s^*$$

$$(10-4) \quad \text{حيث : } H (s < s^*) \geq \alpha$$

$$(11-4) \quad \text{أو } H (s \geq s^*) \leq 1 - \alpha$$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$(12-4) \quad H_n, Q.(s) = 1 - \alpha$$

ج - الاختبار من جانب واحد (الأيسر)

منطقة الرفض :

$$(13-4) \quad s \geq s^*$$

$$(14-4) \quad \text{حيث : } H (s \geq s^*) \geq \alpha$$

وبالرموز المستخدمة في التوزيع :

$$(15-4) \quad H_n, Q.(s) \geq \alpha$$

تطبيق (٢-٤) :

تقضي إحدى نظريات الوراثة بأن ٢٠ ٪ من نوع معين من الكائنات يكون له صفة معينة . تم سحب عينة عشوائية حجمها ٢٠ من هذا المجتمع وجد بينها ٧ يتمتعون بالصفة . والمطلوب اختبار صحة النظرية بمستوى معنوية ٠,٠٠٥ .

الحل :

$$F : Q = 0,20 \quad F_1 : Q \neq 0,20$$

منطقة الرفض :

$$s \geq 1 \quad \text{أو} \quad s < 2$$

١ - باستخدام الصيغة (٤-٥) وجدول ٨ .

$$0.0115 = (0) \quad 0.02, 0.03$$

٢ - باستخدام الصيغة (٤-٧)

$$0.99 = (8) \quad 0.02, 0.03$$

أي نرفض النظرية إذا كانت قيمة الإحصاء المشاهد $s \geq 0$ أو أكبر من ٨ .
وحيث أن الإحصاء المشاهد ٧ لا يقع في منطقة الرفض - لذا لا يوجد أي دليل
على رفض النظرية .

تطبيق (٤-٣)

تقوم إحدى مؤسسات التسويق الكبرى بدراسة عن مدى إمكان العمل في
يوم الأجازة الأسبوعية ، وكان من نتيجة الدراسة أن بالإمكان العمل يوم الأجازة
إذا ما أيد ٣٠ ٪ من العملاء الحاليين على الأقل شرائهم بالنمط المعتاد في ذلك
اليوم . تم سحب عينة عشوائية من ٢٠ أسرة ، أفادت ٥ أسر منها مداومة الشراء
بالنمط المعتاد في يوم الأجازة ، فهل ترى أن تداوم المؤسسة على العمل يوم
الأجازة ؟

ملحوظة : المطلوب إجراء الاختبار بمستوى معنوية ٠.٠٠٥ .

الحل :

$$ف. : ق \geq ٠,٣٠$$

$$١. : ق < ٠,٣٠$$

$$ن = ٢٠ ، س = ٥$$

بالرجوع إلى جدول توزيع ذي الحدي المتبع (جدول ٨) واستخدام الصيغة (٤ - ١١) .

$$ج. ٣,٢٠ = (٩) ٠,٩٥٢$$

$$أي أن : ح (س \geq ٩) = ٠,٩٥٢$$

$$أي أن : ح (س < ٩) = ١ - ٠,٩٥٢ = ٠,٠٤٨$$

$$\text{منطقة الرفض : } س < ٩ \text{ (٤ - ٩)}$$

وحيث أن القيمة المشاهدة هي ٥ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، بمعنى أن النسبة ٠,٣ أو أقل - وبذلك نرفض العمل يوم الأجازة .

٤-١-٣ الاختبار الطبيعي

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي كتقريب لتوزيع ذي الحدين إذا كانت كلا من ن ق ، ن ك أكبر من ٥ .

$$(٤-١٦) \quad \frac{س / ن - ق}{\sqrt{ق ك / ن}} = ص$$

$$(٤-١٧) \quad \frac{س - ن ق}{\sqrt{ن ق ك}} =$$

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

ونظراً لأن توزيع ذي الحدين غير مستمر فإنه يلزم إذا كانت n صغيرة نسبياً مراعاة تصحيح الإستمرارية Correction for Continuity وقد سبق إيضاح ذلك بالجزء الأول ، بالقسم (٤-٤-٤) .

٤-٣-١-٤ تقدير النسبة

حدّي الثقة = $q \pm L \sigma_q$ (٤-١٨)

حيث L معامل الثبات

$$\sigma_q = \frac{q}{n} \left(\frac{n - q}{1 - q} \right) \quad (٤-١٩)$$

وإذا كانت n صغيرة بالنسبة إلى n ($n \geq 10$) يمكن حذف معامل التصحيح $\left(\frac{n - q}{1 - q} \right)$ وتصبح الصيغة .

$$\sigma_q = \frac{q}{n} \quad (٤-٢٠)$$

وغالباً تكون النسبة في المجتمع مجهولة ، ونقدرها من بيانات العينة ، ويمكن الحصول على تقوير غير متحيز لتباين النسبة باستخدام الصيغة :

$$\sigma_q = \frac{q}{n} \left(\frac{1 - q}{1 - q} \right) \quad (٤-٢١)$$

وإذا كان حجم العينة كبيراً ، تعرض الصيغة أحياناً بالصورة :

$$\sigma_q = \frac{q}{n} \quad (٤-٢٢)$$

وتكون صيغة حدّي الثقة كما يلي :

$$\text{حدّي الثقة} = q \pm L \sigma_q \quad (٤-٢٣)$$

تطبيق (٤-٤) :

مدير أحد المخازن يرغب في تقدير نسبة الأوعية الخالية في مخازنه بدرجة ثقة ٩٥ ٪ تم سحب عينة عشوائية بسيطة حجمها ١٠٠ وعاد - وجد منها ٢٣ وعاءاً خالياً .

الحل :

$$ق = ٢٣ / ١٠٠ = ٠,٢٣$$

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي حيث أن كلا من $ق$ ، $١ - ق$ أكبر من ٥ .

$$مق = \sqrt{ق(١ - ق) / (١ - ن)} = \sqrt{٠,٢٣(٠,٧٧) / ٩٩} = ٠,٠٤٢$$

$$حدى الثقة = ق \pm ل مق$$

$$= ٠,٢٣ \pm ١,٩٦ (٠,٠٤٢)$$

$$= ٠,٢٣ \pm ٠,٨٢$$

$$= (٠,٣١ , ٠,١٥)$$

تطبيق (٤-٥) :

ترغب إحدى الشركات قبل تسعير وتسويق منتج جديد في معرفة رأي عملائها الحاليين ومدى تقبلهم لشراء هذا المنتج بالسعر المقترح ، تم عمل مسح بعبانة عشوائية بسيطة بدراسة ٥٠٠ عميل ، أبدى ٧٥ منهم رغبتهم في شراء المنتج الجديد والمطلوب تقدير نسبة الموافقين من العملاء بدرجة ثقة ٩٠ ٪ .

الحل :

$$ق = ٧٥ / ٥٠٠ = ٠,١٥٠$$

$$ق^* = \sqrt{٤٩٩ / (٠,٨٥) (٠,١٥)} = ٠,٠١٦$$

$$\text{حدى الثقة في المجتمع} = ٠,١٥ \pm ١,٦٥ (٠,٠١٦) =$$

$$= ٠,٢٦ \pm ٠,١٥ =$$

$$= (٠,١٢٤ , ٠,١٧٦)$$

تطبيق (٤-٦) :

ألقيت قطعة من العملة ١٠٠ مرة ، ظهر منها ٤٣ صورة . بمستوى معنوية ٥ % ، هل هذا يوضح أن قطعة العملة (أو طريقة الإلقاء) متحيزة :
إستخدم :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

الحل (أ) : إختبار ذي الحدين :

$$١ - ف. : ق = ٠,٥ \quad ف١ : ق \neq ٠,٥$$

٢ - مستوى المعنوية الإسمي . ٠,٠٥ [وعلى أي حال فإن منطقة الرفض كما في خطوة ٤ توضح أن مستوى المعنوية الحقيقي أصغر من ذلك] .

٣ - الإحصاء الذي نستخدمه هو س ، عدد الصور التي تظهر في ١٠٠ رمية .

س يتبع توزيع ذي الحدين بالمعالم $n = 100$ ، $q = 0.5$.

٤ - من جداول توزيع ذي الحدين حيث $n = 100$ ، $q = 0.5$.

ح ($s \geq 39$) = 0.0176 ($\geq 2/m = 0.02$)

وبالمثل نجد أن ح. 0.0176 ، 0.5 ، $(1 - 0.0176) = 0.9824$.

أي أن ح ($s \geq 60$) = 0.9824 .

ح ($s < 60$) = 0.0176 ($\geq 2/m$)

إذن المنطقة المخرجة هي $s \geq 39$ ، $s \leq 61$

والقيمة الفعلية لمستوى المعنوية هي :

ح = ح ($s \geq 39$) + ح ($s \leq 61$) =

$0.0176 + 0.0176 = 0.0352$.

٥ - قيمة s المشاهدة هي $s = 43$

٦ - حيث أن $s = 43$ لا تقع في منطقة الرفض ، فإننا لا نرفض F .

وتبعاً لذلك نعتبر العملة غير متحيزة .

ب - استخدام التوزيع الطبيعي :

يمكن استخدام التوزيع الطبيعي باعتبار أن شروط ذلك محققة حيث أن كلا

من n ، $n \cdot q$ ، كلاهما أكبر من 5 .

س يتبع التوزيع الطبيعي (n ، q) أي ط (50 ، 0.5)

منطقة الرفض : $s \geq 1.96$ ، $s \leq -1.96$.

$$ص = \frac{٥٠ - ٤٣}{\sqrt{(٠,٥) (٠,٥) ١٠٠}} = ١,٤$$

وحيث أنها لا تقع في منطقة الرفض لا تستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن القطعة غير متحيزة .

٤-١-٣-٢ تحديد حجم العينة :

نعرض فيما يلي صيغة لتحديد حجم العينة لإمكان تقدير النسبة في المجتمع بدرجة ثقة معينة (ث) وحيث لا يزيد مقدار الخطأ عن مقدار معين (خ) - وسنفترض أن حجم العينة كبير لإمكان استخدام التوزيع الطبيعي .

من الصيغة (٤ - ١٨)

$$خ = ل \sigma \quad (٤-٢٤)$$

ويمكن إستنتاج صيغة حجم العينة حسب الحالتين :

أ - حالة تجاهل معامل التصحيح

بافتراض أن المجتمع كبير ، أو $\frac{ن}{ل} \geq ١٠$ فإنه يمكن تجاهل معامل التصحيح ، وتصبح الصيغة .

$$ل = \frac{\sqrt{ق ك}}{\frac{ن}{ل}}$$

$$ن. = \left(\frac{ل}{خ} \right)^2 ق ك \quad (٤-٢٥)$$

وغالباً تكون النسبة ق غير معروفة ، ونلجأ إلى تقديرها - وغالباً يكون ذلك من الدراسات السابقة عن المجتمع .

وعلى أي حال فإنه في حالة عدم توفر هذا التقدير للنسبة - فإنه يمكن الحصول على تقدير متحفظ لحجم العينة بجعل ق = ٠,٥ وبذلك تصبح الصيغة .

$$ن = ٠,٢٥ \left(\frac{ل}{خ} \right)^2 \quad (٢٦-٤)$$

وغالباً يستخدم الباحث درجة ثقة ٩٥ ٪ وتكون القيمة المناظرة ل = ١,٩٦ من التوزيع الطبيعي ، وتقريبها إلى ٢ يكون تقدير حجم العينة في هذه الحالة باستخدام الصيغة .

$$ن = \frac{ل^2}{٢ خ^2} \quad (٢٧-٤)$$

ب - حالة الإبقاء على معامل التصحيح

$$خ = ل \sqrt{\frac{ق ك}{ن}} \sqrt{\frac{ن - ن}{١ - ن}} \quad (٢٨-٤)$$

ومن هنا نحصل على :

$$ن = \frac{ل^2}{\frac{١ - ن}{ن} + ١} \quad (٢٩-٤)$$

حيث ن. تعرف كما وردت في (٢٥-٤)

تطبيق (٧-٤) :

في دراسة لإحدى الجزر عدد سكانها ٣٠٠٠ نسمة ، أحد علماء الأنثروبولوجيا رغب في تقدير نسبة من ينتمون إلى فصيلة الدم (و) بخطأ لا يتجاوز ٠,٠٥ وبدرجة ثقة ٠,٩٥ قدر حجم العينة اللازمة .

الحل :

نستخدم النسبة $q = ٠,٥$

$$x = ٠,٠٥ \quad \theta = ٠,٩٥ \quad l = ١,٩٦$$

فوجد أولاً ن. باستخدام الصيغة (٤ - ٢٥)

$$n = \frac{2(1.96)(0.5)0.5}{2(0.05)} = ٣٨٤$$

$$٠,١٣ = \frac{٣٨٤}{٣٠٠٠} = \frac{n}{N}$$

أي أننا في حاجة إلى إدخال معامل التصحيح ، الصيغة (٤-٢٩)

$$٣٤٠ = \frac{٣٨٤}{\frac{٣٨٣}{٣٠٠٠} + ١} = n$$

تطبيق (٨-٤) :

توضح دراسات الوقت والحركة لإحدى العمليات أن نسبة الوقت الضائع
٤٠ ٪ . يرغب المصنع في الحصول على تقدير لهذه النسبة بدرجة ثقة ٩٥ ٪
ويخطأ لا يتجاوز ٣ ٪ .

الحل :

المجتمع كبير ، نستخدم الصيغة (٢٥-٤)

$$n = \left(\frac{1.65}{0.03} \right)^2 (0.4)(0.6) = 726$$

تطبيق (٩-٤)

يرغب مراجع الحسابات في تقدير نسبة الخطأ في الفواتير وعددها ٢٢٣٠٠
بدرجة ثقة ٩٥ ٪ ويخطأ لا يتجاوز ٢ ٪ . كم يكون حجم عينة المراجعة إذا
كانت مراجعته في الفترات السابقة توضح أن نسبة الخطأ في الفواتير ٤ ٪ .

الحل :

$$n = \left(\frac{1.96}{0.02} \right)^2 (0.4)(0.6) = 369$$

تطبيق (٤ - ١٠)

علاج جديد لأحد الأمراض تم تجربته على ١٤ مريضاً ، شفى منهم ١٣ .
ولمزيد من التأكد وقبل تقدير تسويقه تنوي الجهات الصحية إعادة تجربته .
كم يكون عدد المرضى لتقدير نسبة الشفاء بدرجة ثقة ٩٠ ٪ ويخطأ لا يتجاوز ٢ ٪ .

الحل :

يمكن إستخدام تقدير الدراسات السابقة ، تقدير نسبة الشفاء ، وهي ١٣ /
٩٣ = ٠.٩٣

$$٤٤٣ = (٠.٠٧) (٠.٩٣) ٢ (\frac{١.٦٥}{٠.٠٢}) =$$

٤ - ٢ مقارنة نسبتان : بيانات مستقلة

هذا الفصل يعرض مجموعة من الإختبارات الهامة والتي تستخدم لمقارنة أو
إختبار الفرض حول نسبتين في حالة الإستقلال بين العينات وبين المشاهدات ،
والإختبارات التي سيتم عرضها في هذا الفصل هي :

١ - إختبار فيشر الأصلي (١٩٣٤) .

٢ - الإختبار الطبيعي .

٣ - إختبار كا^٢ (١٩٣٤) .

ويعد كلاً من الإختبارين الأخيرين ، تقريب لإختبار فيشر ، ويتم استخدامهما نظراً لسهولة العمل الحسابي بالمقارنة بإختبار فيشر الحقيقي - وذلك بعد توافر الشروط المؤهلة لذلك ، والتي سيتم عرضها في حينه وفي حالة توافر هذه الشروط تعطي هذه الإختبارات تقريباً جيداً لإختبار فيشر الحقيقي .

ومقارنة الإختبار الطبيعي بإختبار كا^٢ نجد أن الإختبار الطبيعي يسمح أيضاً بإختبار الفروض الموجهة كما يسمح أيضاً بتقدير الفرق بين نسبتين وذلك يتكوين فترات ثقة .

ومن الناحية الأخرى يعد إختبار كا^٢ أسهل من الناحية الحسابية كما أنه يمكن تعديده ليسمح بمقارنة أكثر من نسبتين .

٤-٢-١ إختبار فيشر الأصلي

قدمه فيشر Fisher عام ١٩٣٤ ، كما قدمه أيضاً بصورة مستقلة إرون Irwin عام ١٩٣٥ .

ويستخدم الإختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وعلى سبيل المثال مقارنة مجتمعان من الأفراد بخصوص نسبة تواجد خاصية معينة مثلاً الذكور والإناث لا يختلفان في خاصية معينة أو رأي معين وكذا لمقارنة مجموعة تجريبية وأخرى ضابطة ، أو لمقارنة الأبناء والأمهات ، العاملين والعاطلين ، الحزب الديمقراطي والحزب الجمهوري ، إلخ ، أي أن المتغير محل البحث ثنائي القيم Dichotomous .

ومثل إختبار فيشر الطريقة الوحيدة الآمنة عندما يكون عدد المشاهدات الكلي صغيراً (أقل من ٥٠) وهو يعتبر الإختبار الأكثر قوة لإختبار فرض تساوي نسبتين .

ويتميز إختبار فيشر بأنه يستخدم لإختبار الفرض الموجه أو غير الموجه (طرف أو طرفين) ، بينما إختبار كاي^٢ يستخدم فقط في حالة الإختبار غير الموجه.

٤-٢-١-١ إجراءات الإختبار

تعرض البيانات في صورة مصفوفة أو جدول تكراري مزدوج 2×2 كما يلي ، لاحظ أن النسبة في المجموعة الأولى مثلاً هي $ق١ = ك١١ / ك١٠$.

المجموعة			
	٢	١	
الصفة ١	ك١١	ك١٠	ك١١
الصفة ٢	ك٢١	ك٢٠	ك٢١
	ك٢٠	ك١٠	ك٢٠

وتختلف الإجراءات تبعاً لحالة الإختبار موجه ، أو غير موجه .

أ - الإختبار الموجه :

الفروض :

$$١-ف. : ق١ \geq ق٢ \quad \text{ضد} \quad ف١ : ق١ < ق٢$$

$$\text{أو } ٢-ف. : ق١ \leq ق٢ \quad \text{ضد} \quad ف١ : ق١ > ق٢$$

أ - في البداية ، يجب ملاحظة البيانات المشاهدة ، وهل هي متسقة أي في نفس الاتجاه مع فرض الباحث (الفرض البديل) ، فإذا لم يكن هناك إتساق ، نتوقف بإعتبار أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرضه المطلوب إختباره ، ويكون القرار أنه ربما يكون فرض العدم هو الصحيح .

تطبيق (٤-١١) :

يفرض أن الباحث يصدد مقارنة نسبة النجاح في مجتمعين وأن مجموعة الفروض كما في (١) أعلاه ، وأن بيانات العينة كانت كما يلي :

	مجتمع ٢	مجتمع ١	
ناجح	٤	٣	٧
راسب	١	٧	٨
	٥	١٠	١٥

هذه البيانات ليست في إتجاه فرض الباحث حيث يهدف إلى تقرير أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أكبر منها في المجتمع (٢) : ق ١ < ق ٢ غير أن البيانات تشير إلى أن نسبة النجاح في المجتمع (١) ص $\frac{3}{10}$ أما في المجتمع (٢) هي $\frac{4}{5}$ ولذا نتوقف حيث أن البيانات المشاهدة لا تؤيد فرض الباحث بل تؤيد فرض العدم .

ب - إذا كانت البيانات المشاهدة متسقة مع فرض الباحث ، أي في نفس الإتجاه المقدر ، كأن يكون فرض الباحث أن نسبة النجاح في المجتمع (١) أصغر منها في المجتمع (٢) أي مجموعة الفروض رقم (٢) أعلاه .

في هذه الحالة يكون على الباحث حساب مستوى المعنوية الحقيقي فإذا كان أقل من مستوى المعنوية الإسمي ، نرفض فرض العدم ، وخلاف ذلك نقبله .

إن مستوى المعنوية الحقيقي هو احتمال الحصول على هذا الجدول المشاهد أو الجداول الأخرى الأكثر تطرفاً في نفس إتجاه فرض الباحث وتكون الخطوات كما يلي :

١ - إحتمال الحصول على الجدول المشاهد :

الإحصاء المستخدم هو عدد الحالات التي لها الصفة محل الإهتمام (مثلاً ك١١) ولذا نستخدم التوزيع الهيبرجيوميتري . وباستخدام الرموز المعروضة بالجدول أعلاه يكون الإحتمال كما يلي :

$$ح = \frac{ك١١.ك١٢.ك١٣.ك١٤.ك١٥}{ك١١١.ك١١٢.ك١١٣.ك١١٤.ك١١٥} = ٠.٠٣٠$$

وفي حالة المثال أعلاه يكون الإحتمال كما يلي :

$$ح = \frac{١٨.١٧.١٥.١٤.١٣}{١٨.١٧.١٤.١٣.١٢} = ٠.٠٩٣$$

٢ - إحتمال الحصول على الحالات الأكثر تطرفاً .

ويمكن إتباع الخطوات التالية :

(i) تحديد الحالات أو الجداول الأكثر تطرفاً في الإتجاه المقدر وذلك في إطار التكرارات الهامشية .

وأسهل طريقة لتحديد هذه الجداول هي ملاحظة الخلية التي تحوي أقل تكرار ثم ننقص منها واحد على التوالي . فالجدول بالمثال الموضح يشير إلى أن أقل تكرار هو ١ ، بطرح ١ يصبح صفر (ولا يوجد بالطبع جداول أخرى لأن التكرار لا يكون سالباً) ويبدو الجدول الأكثر تطرفاً كما يلي (نسبة النجاح في المجتمعان أصبحت ٢ / ١٠ ، ٥ / ٥ على التوالي) .

	مجتمع ٢	مجتمع ١	
٧ -	٥	٢	ناجح
٨	٠	٨	راسب
١٥	٥	١٠	

(ii) نحسب احتمال الحصول على كل جدول على حده باستخدام الصيغة (٣٠-٤) وفي المثال يوجد الجدول أعلاه وإحتماله :

$$٠,٠٠٧ = \frac{١٨ \ ١٧ \ ١٥ \ ١١٠}{١٠ \ ١٨ \ ١٥ \ ١٢ \ ١١٥} = ح$$

(iii) نحسب احتمال الحصول على الحالات المتطرفة ، وذلك بجمع الإحتمالات التي نحصل عليها في (ii) .

٣ - مستوى المعنوية الحقيقي

= احتمال الحصول على الجدول المشاهد + احتمال الحصول على الجداول الأكثر تطرفاً

$$٠,١٠٠ = ٠,٠٠٧ + ٠,٠٩٣ =$$

٤ - نقارن مستوى المعنوية الحقيقي ، بمستوى المعنوية الإسمي ، فمثلاً إذا كان مستوى المعنوية الإسمي ٥ ٪ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم .

ب - الاختبار غير الموجه

الفروض : ف. : ق = ق١ = ق٢ ضد ف : ق١ : ق٢ ≠ ق٢

بنفس الأسلوب السابق يتم حساب احتمالات الجدول المشاهد وإحتمالات
الجدول المتطرفة في نفس الاتجاه ، وكذلك احتمالات الجدول المتطرفة في الاتجاه
الأخر ، وهذا الإجراء الأخير يضيف صعوبات أخرى تكمن في تحديد الجدول
المتطرفة في الاتجاه الآخر .

وعلى أي حال يوجد أسلوب آخر تقريبي قد يتبع للاقاة تلك الصعوبات
المضافة وهو أن نقوم بحساب الاحتمالات كالمعتب مع الاختبار الموجه . أي نوجد
إحتمال الجدول المشاهد والجدول (المتطرفة في نفس الاتجاه) ثم نقارن هذا
الإحتمال مع نصف مستوى المعنوية الإسمي ($\alpha/2$) ونرفض فرض العدم إذا
كان الإحتمال أقل من هذا المقدار .

٤-٢-١-٢ الجدول

توجد جداول معدة لتسهيل الحصول على الاحتمالات السابق ذكرها - جدول
٧- وندخل الجدول عن طريق القيم (ن ، ي ، ي٢ ، س) .

١٢		س
ن	ي	

حيث

ن حجم العينة الكلي

١٢ أقل تكرار هامشي

ي٢ التكرار الهامشي الأقل مباشرة من ي١

س تكرار الخلية المناظرة للتكرارين ي١ ، ي٢

ويعطي الجدول ثلاثة احتمالات تحت التسميات (مشاهد ، أخرى ، مجموع)
وفيما يلي إيضاح لمعنى كل احتمال منها :

١ - مشاهد : تعني احتمال الحصول على (الجدول المشاهد أو الجداول
الأكثر تطرفاً في الاتجاه المشاهد) .

٢ - أخرى : تعني احتمال الحصول على الحالات الأخرى الأكثر تطرفاً
في الاتجاه المعاكس .

٣ - مجموع : وتعني مجموع الاحتمالين السابقين .

تطبيق (١٢-٤)

فيما يلي بيانات الجدول المشاهد ، كما وردت بالتطبيق السابق - والمطلوب
بمستوى معنوية ٠.٠٥ ، استخدام الجداول لإختبار فرض تساوي نسب النجاح ضد:

أ - الفرض الموجه : $Q_1 > Q_2$

ب - الفرض غير الموجه : $Q_1 \neq Q_2$

	مجتمع ٢	مجتمع ١	
٧	٤	٣	ناجح
٨	١	٧	راسب
١٥	٥	١٠	

الحل :

بالرجوع لجدول ٧ (إحصاءات الجداول الرباعية) حيث (ن ، ي ، ١ ، ٢ ،
س) هي (١٥ ، ٧ ، ٤) نجد أن الإحصاءات (مشاهد ، أخرى ، مجموع)
هي (١٠٠ ، ١٩ ، ٠ ، ١١٩ ، ٠) .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، في أي من الإختبارين الموجه وغير
الموجه .

تطبيق (٤-١٣)

في دراسة لتقييم أحد الإختبارات الطبية ومدى قدرته على تشخيص
المرض ، تم تطبيقه على مجموعتين من المرضى ، الأولى مصابة بالمرض (١)
والثانية بمرض آخر (٢) وقد ظهرت النتائج كما هي موضحة بالجدول والمطلوب
إختبار الفرض بأن الإختبار أكثر فعالية في إكتشاف المرض (١) بمستوى معنوية
١٠٪ .

التمامل	المرض ١	المرض ٢	
إيجابي	٣	٢	٥
سلبي	١	٤	٥
	٤	٦	١٠

الحل :

$$F : Q_1 \geq Q_2 \quad F_1 : Q_1 < Q_2$$

لزيد من الإيضاح ، نعرض الحل بالطريقتين السابق إيضاحهما .

$$0.0238 = \frac{16 \ 14 \ 10 \ 10}{14 \ 12 \ 11 \ 13 \ 11} = 13$$

١	٤
٥	٠

$$0.0238 = \frac{16 \ 14 \ 10 \ 10}{10 \ 11 \ 11 \ 14 \ 11} = 23$$

مستوى المعنوية الحقيقية ح = 0.0238 + 0.0238 = 0.0476 ،
وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ، لا نستطيع رفض فرض
العدم .

الحل باستخدام الجداول :

بالرجوع لجدول ٧- نجد أن الإحتمال المشاهد هو 0.0476 ، وحيث أنه أكبر
من 0.05 ، لا نستطيع رفض فرض عدم .

تطبيق (٤- ١٤) :

علاج جديد تم تجربته على سبعة من المرضى ، والجدول التالي يعرض
النتائج بعد العلاج بالمقارنة مع مجموعة أخرى من المرضى لم يتم تطبيق العلاج
الجديد عليها (مجموعة ضابطة) . والمطلوب إختبار الفرض بأن العلاج الجديد
أكثر فعالية ، وذلك بمستوى معنوية 0.05 .

	المجموعة الضابطة (٢)	المجموعة التجريبية (١)	العلاج الجديد النتيجة
٨	٢	٦	ما زالوا أحياء
٨	٧	١	توفوا
١٦	٩	٧	

الحل :

فرض العدم : ق تمثل نسبة الأحياء من المرضى

$$ف. : ق \geq ١ ق$$

$$١ ق : ١ ق < ٢ ق$$

إحتمال التوزيع المشاهد :

$$٠,٠١٩٥ = \frac{١٩ \ ١٧ \ ١٨ \ ١٨}{١١ \ ١٧ \ ١٦ \ ١٢ \ ١١٦} = ١٣$$

لايجاد التوزيعات الأكثر تطرفاً .. نطرح واحد من أقل تكرار بالجدول أعلاه
- ثم نستكمل الجدول ، ليظهر كما يلي .

١	٧
٨	٠

إجمالي الحصول على هذا التوزيع :

$$0.0007 = \frac{19 \ 17 \ 18 \ 18}{18 \ 17 \ 10 \ 17 \ 116} = 2C$$

مستوى المعنوية الحقيقي : $C = 1C + 2C = 0.020$

وحيث أنه أصغر من مستوى المعنوية الإسمي (0.05) نرفض فرض العدم ، ونقبل العرض البديل ، أي أن العلاج الجديد أكثر فعالية .

ملحوظة : حجم العينة 16 أكبر من المسموح بالجدول .

تطبيق (٤-١٥) :

في دراسة لأحوال المعلمين ، تضمنت تقديرات مدى قدرتهم على التدريس وذلك من عينتين من المدرسين يختلفان حسب مدة الخبرة والمطلوب إختبار تساوي الكفاءة بينهما بمستوى معنوية 0.05 . . .

	سنوات أكثر	أقل من سنوات	مدة الخبرة
			التقدير
٩	٤	٥	ناجح
٤	١	٣	غير ناجح
١٣	٥	٨	

الحل :

$$ف. : ق١ = ق٢$$

$$ف١ : ق١ \neq ق٢$$

بالرجوع لجدول ٧- وبإستخراج القيم (١٣ ، ٤ ، ٥ ، ١) نجد أن الإحتمالات هي (٠.٤٩٠ ، ٠.١١٩ ، ٠.٠٠٠ ، ٠.٠٠٠) وعلى ذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

٤-٢-٢ الاختبار الطبيعي

عندما يكون حجم العينة كبيراً فإن العمل المطلوب بإستخدام إختبار فيشر الحقيقي يكون كبيراً ، كما يمكن إستخدام إختبارات أخرى تعطى تقريباً جيداً ، منها الإختبار الطبيعي ، وإجراءات هذا الإختبار مشابهة لإجراءات الإختبار الطبيعي المستخدم لمقارنة متوسطا ن (٣ - ٣ - ٢) .

وللملاحظة يمكن عرض بيانات العينتین كما يلي :

	عينة ٢	عينة ١	
نجاح	ك٢	ك١	
فشل	ن٢-ك٢	ن١-ك١	
	ن٢	ن١	

فرض العدم : $ق١ = ق٢ = ق$

إحصاء الاختبار :

$$(٣١-٤) \quad \frac{ق١ - ٢ق٢}{ق١ - ٢ق٢} = ص$$

$$\text{حيث : } ٢ق١ - ٢ق٢ = \frac{قك}{١ن} + \frac{قك}{٢ن}$$

$$(٣٢-٤) \quad ٢ق١ - ٢ق٢ = قك \left(\frac{١}{١ن} + \frac{١}{٢ن} \right)$$

حيث ن١ ، ن٢ هما حجم العينتان على التوالي ، ق هو تقدير لنسبة المجتمع ويتم حسابها كما يلي :

$$ق = \frac{\text{عدد حالات النجاح في العينتين}}{\text{حجم العينتين}}$$

$$(٣٣-٤) \quad ق = \frac{١ك + ٢ك}{١ن + ٢ن}$$

$$(٣٤-٤) \quad = \frac{١ن ق١ + ٢ن ق٢}{١ن + ٢ن}$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء ص يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار

القواعد ماثلة لما ورد في حالة مقارنة متوسطان بالقسم (٣ - ٣ - ١) .

ويجب ملاحظة أن استخدام الاختبار الطبيعي يعتبر تقريبي ، ويشترط لصحة استخدامه وحتى يعطي نتائج دقيقة أن يكون حجم المشاهدات كبيراً ، ويمكن الاعتماد على القاعدة التالية :

يستخدم التوزيع الطبيعي كتقريب في حالة ما إذا كانت كل القيم التالية أكبر من ٥ ، أي :

$$١٠ < ق ، ٥ < ن ، ٥ < ك ، ٥ < ق ، ٥ < ن ، ٥ < ك (٤-٣٥)$$

حيث ن ، ١٠ ، ٢٠ هي أحجام العينات ، ق هي تقدير لنسبة المجتمع بحسب حسب الصيغة (٤ - ٣٣) ، وفي حالة عدم توفر هذه الشروط فإنه يلزم استخدام اختبار فيشر .

معامل تصحيح الإستمرارية :

أجرى ييتز Yates في ١٩٣٤ تعديلاً في صيغة الإحصاء (٤ - ٣١) بمرعاة معامل تصحيح الإستمرارية مما أدى إلى زيادة دقة التقريب ويتطلب معامل التصحيح طرح (إضافة) المقدار (١ / ضعف حجم العينة) إلى النسبة الأكبر (الأصغر) فإذا كانت ق أكبر من ٢ فإن قيمة الإحصاء تصبح .

$$ص = \frac{(\frac{1}{2} + ق) - (\frac{1}{2} - ق)}{٢} = ص (٤-٣٦)$$

تطبيق (٤-١٦) :

في مسح إجتماعي لمعرفة رغبات الشباب واتجاهاتهم ، تم إعداد البيان التالي بشأن وجهة نظرهم في إحدى الموضوعات .

	مستوى التعليم		الرأي
	غير متعلم	متعلم	
موافق	٥٥	٢١	٥٦
غير موافق	٢٠	٢	٢٢
	٧٥	٢٣	٩٨

والمطلوب إختبار فرض تساوي نسب الموافقة بين المتعلمين وغير المتعلمين
بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الفرض المطلوب إختباره هو : $H_0 : p_1 = p_2$

ضد : $H_1 : p_1 \neq p_2$

نستخدم الإختبار الطبيعي

$$p_1 = \frac{55}{75} = 0.733, \quad p_2 = \frac{21}{23} = 0.913$$

$$p = \frac{55 + 21}{75 + 23} = 0.776$$

التحقق من توافر شروط استخدام التوزيع التطبيقي (٣٥٤)

$$\begin{aligned} ٧٥ (٠,٧٧٦) &= ٥٨,١ \quad ٧٥ (٠,٢٢٤) = ١٦,٨ \quad ٢٣ (٠,٧٧٦) = ١٧,٨ \\ ٢٣ (٠,٢٢٤) &= ٥,١١٥ \\ \text{وبحساب قيمة الإحصاء ، الصيغة (٤ - ٣٦)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ص} &= \frac{[\frac{1}{(٢٣)^2} - ٠,٩١٣] - [\frac{1}{(٧٥)^2} + ٠,٧٣٣]}{[(\frac{1}{٢٣} + \frac{1}{٧٥}) (٠,٢٢١) (٠,٧٦٦)] \sqrt{}} \\ ١,٥٣ - &= \frac{٠,٨٩١ - ٠,٧٤}{٠,٠٩٨٧} = \end{aligned}$$

منطقة الرفض ص < - ١,٩٦ ، ص > ١,٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها باستخدام اختبار كا^٢ (تطبيق ٤-١٧).

تطبيق (٤-١٧)

علاج جديد تم تجربته على عينة من المرضى ، لتحديد مدى فاعليته . تم سحب عيّنتان عشوائيتان من المرضى طبق العلاج على إحداها وفيما يلي النتائج بعد فترة مناسبة . والمطلوب اختبار الفرض بأن العلاج الجديد أكثر فعالية بمستوى معنوية ٠,٠٢ .

	العينة		عدد المرضى
	التجريبية	التجريبية	
	(٢)	(١)	
٦٧	٢٩	٣٨	تحسن
٢٤	١٧	٧	كما هي
٩١	٤٦	٤٥	

الحل :

$$٢ : ١ ق \geq ٢ ق$$

$$١ : ١ ق < ٢ ق$$

$$١ ق = ٤٥ / ٣٨ = ٠,٨١٤ , ٢ ق = ٤٦ / ٢٩ = ٠,٦٢٣ , ٩١ ق = ٩١ / ٦٧ = ٠,٧٣٦$$

٠,٧٣٦ لاحظ أن شروط استخدام الإختبار الطبيعي متوفرة (٣٥ - ٤) .

$$ص = \frac{[\frac{١}{(٤٦)^2} + ٠,٦٢٣] - [\frac{١}{(٤٥)^2} - ٠,٨١٤]}{[(\frac{١}{٤٦} + \frac{١}{٤٥}) (٠,٢٦٤) (٠,٧٣٦)] \sqrt{}}$$

$$٢,٠٨٧ - = \frac{٠,٦٤١ - ٠,٨٣٣}{٠,٠٩٢} =$$

$$منطقة الرفض ص < ط (٠,٩٨) = ٢,٠٥$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بأن العلاج الجديد أكثر فعالية .

٤-٢-٣ اختبار كا^٢ :

هذا الاختبار يعد حالة خاصة من اختبار كا^٢ والذي قدمه بيرسون عام ١٩٠٠ ، وقد أدخل بيتز Yates عليه تحسيناً عام ١٩٣٤ . ويستخدم الاختبار لمقارنة النسبة في مجتمعين ، وذلك من عينتين مستقلتين ، كما هو الحال في اختبار فيشر الحقيقي ، غير أن اختبار كا^٢ يقتصر على حالة اختبار الفرض الغير موجه (اختبار من طرفين) .

الإفتراضات :

- ١ - عدد الوحدات المشاهدة الكلي لا يقل عن ٥٠ .
 - ٢ - التكرار المتوقع في أي خلية لا يقل عن ٥ .
- إن حالة البيانات يمكن عرضها في مصفوفة أو جدول ٢/٢ كما سبق في القسم (١-٢-٤) .

	٢	١	
الصفة ١	٢١ ك	١١ ك	ك١
الصفة ٢	٢٢ ك	١٢ ك	ك٢
	ك٢	ك١	ك = ن

إحصاء الاختبار :

إحصاء الاختبار هو قيمة كا^٢ وبالصيغة السابق عرضها في اختبار كا^٢ بالقسم (١-٣-٢) وهذه الصيغة للحالة الخاصة بجدول ٢x٢ تصبح كما يلي :

$$(٣٧-٤) \quad \frac{\chi^2 (١١ك - ٢٢ك - ٢١ك ١٣ك)}{٢.ك \quad ١.ك \quad ٢.ك \quad ١.ك} = \chi^2$$

وقد أدخل ييتز Yates عام ١٩٣٤ تحسناً على هذه الصيغة بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية لزيادة دقة التقريب لتصبح الصيغة* :

$$(٣٨-٤) \quad \frac{\chi^2 (٢/ن - |١٣ك ٢١ك - ٢١ك ١١ك|)}{٢.ك \quad ١.ك \quad ٢.ك \quad ١.ك} = \chi^2$$

ويمكن أيضاً عرضها في الصورة العامة كما يلي :

$$(٣٩-٤) \quad \frac{\chi^2 (٢/١ - |ك - ك|)}{ك} = \chi^2 \text{ مجد}$$

حيث ك هو التكرار المتوقع :

$$(٤٠-٤) \quad \frac{ك.ك}{ن} = ك$$

(*) |س| تعني القيمة المطلقة ، أي قيمة س بصرف النظر عن الإشارة أي = س إذا كانت س موجبة ، = - س إذا كان س سالبة .

هو التكرار المتوقع بالخلية بالصف والعمود ل

وبصفة عامة ، ينصح بإستخدام معامل التصحيح ، على أنه إذا كان حجم المشاهدات كبيراً فإن هذا المعامل يكون تأثيره قليل ، وفي هذه الحالة يمكن تجاهله .

توزيع المعاينة :

الإحصاء χ^2 السابق عرضه يتبع توزيع χ^2 بدرجة حرية واحدة .

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كانت قيمة χ^2 المحسوبة أكبر من قيمة $\chi^2_{(1-\alpha)}$ والتي تستخرج من جدول توزيع χ^2 جدول ٥ بالجداول الإحصائية الملحق .

تطبيق (١٨-٤)

٣٢ مريضاً تلقوا المعالجة أ ، ١٦ منهم تم شفائهم و ٢٨ مريض آخرين تلقوا المعالجة ب شفى منهم ٨ . هل يعد العلاجين بنفس الكفاءة ، المطلوب إستخدام إختبار χ^2 بمستوى معنوية ٠.٠٠١ .

الحل :

نعرض البيانات في صورة جدول 2×2 لتسهيل إستخدام الصيغة (٤ - ٢٨) .

$$f. : ١ ق = ٢ ق$$

$$١ ق : ١ ق \neq ٢ ق$$

	المريض \ المعالجة		
	شفى	لم يشفى	
أ	١٦	١٦	٣٢
ب	٨	٢٠	٢٨
	٢٤	٣٦	٦٠

$$\chi^2_{٠.٠٥} = \frac{٦٠(٢/٦٠ - |٨ \times ١٦ - ٢٠ \times ١٦|)^2}{(٢٨)(٣٢)(٣٦)(٢٤)} = ٢.٠٣$$

من جدول ٥ نجد أن $\chi^2_{٠.٠٥} = (٠.٩٩)$

لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (٤-١٩) :

المطلوب اختبار الفرض الوارد بالتطبيق (٤-١٦) باستخدام اختبار χ^2 .

الحل :

	غير متعلم	متعلم	الإجابة
موافق	٢١ ١٧.٨	٥٥ ٥٨.٢	٧٦
غير موافق	٢ ٥.٢	٢٠ ١٦.٨	٢٢
	٢٣	٧٥	٩٨

الجدول أعلاه يعرض التكرارات الفعلية وقد تم تدوين التكرارات المتوقعة في نفس الخلية ، بإستخدام الصيغة (٤ - ٤٠) .

نقوم بحساب الإحصاء ص بإستخدام الصيغة (٤ - ٣٩) ، وقد تم تجاهل معامل التصحيح نظراً لأن حجم المشاهدات كبير .

$$3,33 = \frac{\chi^2(0,2-2)}{0,2} + \dots + \frac{\chi^2(58,2-55)}{58,2} = \text{ص}$$

$$3,84 = (0,95) \chi^2_{\text{كا}} > 3,33 = \text{ص}$$

فإننا لا نرفض فرض العدم

لاحظ أنها نفس النتيجة التي تم التوصل إليها بإستخدام الإختبار الطبيعي (تطبيق ٤-١٦) .

٤ - ٣ مقارنة نسبتان : بيانات مرتبطة

الإختبارات المقدمة بالفصل السابق تشترط أن المشاهدات مستقلة ، سواء بين العينات أو بداخلها ، وتوجد حالات لا يتوفر فيها هذه الشروط ، منها ما يتعلق بدراسات التغير بصفة عامة كالتغير في المواقف أو الإتجاهات أو السلوك أو الحالة الصحية أو الإقتصادية إلخ .

وفي هذا الفصل نعرض الإختبارات المستخدمة في هذا المجال :

١ - إختبار مكتمار (١٩٤٧) .

٢ - إختبار جارت (١٩٦٩) .

٤-٣-١ اختبار مكنمار

قدمه مكنمار McNmar عام ١٩٤٧ يستخدم لإختبار الفرض بتساوي نسبتين مرتبطتين أو بالنسبة للملاحظات التي تتضمن تغير من حالة لأخرى خاصة في التصميمات القبلية البعدية After - Before حيث يكون كل شخص ضابط لنفسه فإنه يستخدم لإختبار أن احتمال التغير من الحالة الأولى للحالة الثانية متساوياً لإحتمال التغير من الحالة الثانية للحالة الأولى - ويمكن توضيح الحالة بترتيب البيانات في جدول ٢×٢ وللملائمة سيتم عرضه مرة بال تكرارات المشاهدة وعرضه مرة أخرى بعد تحويل هذه التكرارات إلى نسب أو احتمالات .

		بعد	
		موافق	غير موافق
	قبل	ك١١	ك٢١
	موافق	ك١٣	ك٢٣
	غير موافق	ك١٠	ك٢٠
			ك١٠

	بعد		قبل
	موافق	غير موافق	
موافق	١١ح	٢١ح	١٣
غير موافق	١٢ح	٢٢ح	٢٣
	١٠ح	٢٠ح	٣٠ح

ويمكن عرض فرض العدم بإعتباره إختبار لتساوي النسب الهامشية المرتبطة بمعنى أن نسب الموافقة متساوية (قبل وبعد) أي :

$$ف. : ١٠ح = ١٣ = (٤١-٤)$$

وهذا يماثل الفرض التالي بإعتباره إختبار لفرض التماثل في احتمالات التغير .

$$ف. : ١٢ح = ٢١ح = (٤٢-٤)$$

وذلك بطرح ١١ح المشترك في كلا الطرفين . ويعني فرض التماثل أن احتمال التغير إلى موقف الموافقة يساوي احتمال التغير إلى موقف عدم الموافقة ، ولذا فإنه يمكن تصور بالمجموع ك٢١ + ك١٢ = ن على أنه يمثل محاولات مستقلة عددها (ن) ، وأن احتمال التغير من الموافقة إلى عدم الموافقة (أو العكس) يساوي ($\frac{1}{2}$) . وبإعتبار فرض العدم صحيحاً ، فإن التكرارات بخلايا التغير (ك٢١ ، ك١٢) تمثل إحصاءات تتبع توزيع ذي الحدين - بعدد محاولات قدره (ن) واحتمال تغير قدره $\frac{1}{2}$. ويكون الحل بتطبيق إختبار ذي الحدين وقد تم عرضه تفصيلاً في القسم

٤-١-٢) . ويلاحظ أنه في حالة الاختبار من جانبيين ، تضاعف مستوى المعنوية الحقيقي.

وإذا كان عدد المشاهدات كبيراً ، حيث يكون

$$١٠ \leq ١٢ ك , ١٠ \leq ١٣ ك \quad (٤٣-٤)$$

فإنه يمكن استخدام الاختبار الطبيعى أو اختبار كا^٢ حيث تعطى نتائج مقارنة لاختبار ذي الحدين الحقيقي .

تقريب اختبار كا^٢

بالشروط السابق ذكرها (٤٣-٤) يمكن استخدام الإحصاء :

$$\chi^2_{١} = \frac{(١٢ ك - ١٣ ك \pm ١)^2}{١٢ ك + ١٣ ك} \quad (٤٤-٤)$$

وهو يتبع كا^٢ بدرجة حرية واحدة .

ويتم إختيار إشارة معامل التصحيح (± ١) بحيث تخفض المسافة لـ ١٢ ك - ١٣ ك فإذا كانت موجبة نجعله سالباً والعكس .

قاعدة القرار :

إذا كان مستوى المعنوية α فإننا نرفض فرض العدم .

أ - في حالة الاختبار غير الموجه :

$$\chi^2_{١} < \chi^2_{١} (١-\alpha) \quad (٤٥-٤)$$

(٤٦-٤)

«أو إذا كان ح > م

حيث ح مستوى المعنوية الحقيقي

ب - في حالة الاختبار الموجد إذا كان

(٤٧-٤)

$$كا^2 < كا^2 (١ - ٢ م)$$

(٤٨-٤)

أو ح > ٢/م

ويلاحظ أنه في الحالة الأخيرة تم استخدام نصف مستوى المعنوية حيث أننا نختبر فرضاً من طرف واحد غير أن جداول كا^٢ تعطي قيم بطرفين .

تعريف الاختبار الطبيعي

بالشروط السابق ذكرها (٤٣-٤) يمكن استخدام الإحصاء :

(٤٩-٤)

$$ط = \frac{١٣٣ - ٢١٣ \pm ١}{\sqrt{٢١٣ + ١٣٣}}$$

ويتم اختيار الإشارة بحيث تخفض المسافة بين س١٢ ، س٢١ .
وهذا الإحصاء يتبع التوزيع الطبيعي المعياري . ويجب ملاحظة أن كا^٢ = ط^٢ .

تطبيق (٢٠-٤)

علاج جديد يراد اختباره لوجود إدعاء بأنه أفضل من القديم ، تم إجراء تجربة بحيث يطبق نوعي العلاج على كل مريض ، والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب اختبار الفرض بمستوى معنوية ٠.٠٠١ .

حالة المرضى بعد العلاج

	العلاج الجديد		العلاج القديم
	لم يتحسن	تحسن	
٢٣	٢	٢١	تحسن
٢٧	١٩	٨	لم يتحسن
٥٠	٢١	٢٩	

الحل :

$$١٢٣ = ٢١٣ : \text{ف.}$$

$$١٢٣ \geq ٢١٣ : \text{١ف.}$$

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن التقريب شروطه غير متوفرة (٤-٤٣)

$$\text{ن} = ٨ + ٢ = ١٠ ، \text{ق} = ٠,٥$$

من جدول (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي (ح) .

$$\text{ح} = ٠,٥١٠ (٢) = ٠,٥٥$$

وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية الإسمي ٠,٠١ لا نستطيع رفض فرض

العدم .

تطبيق (٢١-٤)

بمناسبة إنتخابات الرئاسة في إحدى الدول . تم إعداد الجدول التالي من عينة عشوائية مكونة من مائة شخص ، ويعرض الجدول إختيارات كل منهم قبل وبعد عمل المناظرة التليفزيونية بين الرئيسين المرشحين . بمستوى معنوية ٠.٠٥ . المطلوب إختبار الفرض بأن المجتمع لم يتغير رأيه بالمناظرة .

الإختيارات قبل وبعد المناظرة

وطني	ولدي	بعد / قبل
		ولدي
١٥	٦٣	ولدي
١٢	٥	وطني

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط التقريب غير متوفرة .

$$١٢٢ = ٢١٢ = ٢$$

$$١٢٢ \neq ٢١٢$$

$$٢٠ = ١٥ + ٥ = ٢٠$$

$$\text{مستوى المعنوية الحقيقي ح} = ٠.٠٥, ٢.٠ = (٥) = ٠.٠٢٠٧$$

وحيث أن الإختبار غير موجه ، نرفض فرض العدم وذلك لأن .

$$\text{ح} = ٠.٠٢٠٧ > ٢/م = ٠.٠٢٥$$

تطبيق (٤-٢٢)

في دراسة لاستطلاع رأي المشاهدين لبرامج التليفزيون قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية لمعرفة مدى موافقتهم على برنامج معين في فترتين مختلفتين . والمطلوب بمستوى معنوية ٠.٠٥ . . إختبار ما إذا كان هناك تغير لصاح الموافقة على البرنامج وذلك باستخدام :

أ - إختبار ذي الحدين .

ب - الإختبار الطبيعي .

ج - إختبار كا^٢ .

	الزمن (٢)		الزمن (١)
	موافق	غير موافق	
موافق	٣٠	٦	٣٦
غير موافق	١٨	٢٤	٤٢
	٤٨	٣٠	٧٨

الحل :

$$١٢٣ = ٢١٣ = ١٢٣$$

$$١٢٣ < ٢١٣$$

أ - باستخدام إختبار ذي الحدين : $١٨ + ٦ = ٢٤$

$$٠.٠١١٣ = (٦) . ٠.٥٠٢٤٣ = ٠.٠١١٣$$

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يتضمن بوجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج .

ب - باستخدام التوزيع الطبيعي

$$\frac{1 \pm (21^k - 13^k)}{21^k + 13^k} \sqrt{}$$

$$2,245 = \frac{1 - 6 - 18}{6 + 18} \sqrt{}$$

$$1,645 = (0,95) \text{ ط}$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل وهو وجود تغير لصالح الموافقة على البرنامج .

ج - باستخدام توزيع كاي^٢

$$\frac{2(1 \pm 21^k - 13^k)}{21^k + 13^k} = \text{ص}$$

$$0,04 = \frac{2(1 - 6 - 18)}{6 + 18} =$$

$$2,706 = (0,90) \text{ كاي}^2 = (2 - 1) \text{ كاي}^2$$

بمستوى 0,05 نرفض ف .

تطبيق (٤-٢٣)

في مقارنة لنوعين من العلاج تم تجربتهما على عينة من المرضى بحيث يطبق كلا العلاجين على كل مريض في مناسبتين مختلفتين . والجدول التالي يلخص أثر العلاج على الغثيان كأحد الأعراض الجانبية للعلاج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدل الغثيان في كل من نوعي العلاج بمستوى معنوية ٥

حالات الغثيان

	العلاج (أ)		العلاج (ب)
	لا يوجد	يوجد	
١٢	٣	٩	يوجد
٨٨	٧٦	١٢	لا يوجد
١٠٠	٧٩	٢١	

الحل :

نستخدم إختبار ذي الحدين حيث أن شروط استخدام الإختبارات التقريبية غري متوفرة (٤٣-٤) .

$$١٥ = ٣ + ١٢ = ن$$

من جدول توزيع ذي الحدين (٨) نوجد مستوى المعنوية الحقيقي .

$$٠.٠١٧٦ = (٣) . . . ٠.١٥٢$$

وحيث أن الإختبار في طرفين يكون مستوى المعنوية الحقيقي ضعف هذا الإحتمال أي ٠.٠٠٣٥ .

وحيث أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من مستوى المعنوية الإسمي ٠.٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل أي يوجد إختلاف في معدلات الغثيان في كل من نوعي العلاج .

٤-٣-٢ إختبار جارت

قدم جارت Gart, J.I عام ١٩٦٩ إختبار أصلى لمقارنة نسبتي لعينتين مرتبطتين في حالة وجود أهمية للترتيب داخل الأزواج Pairs . ولذا يطلق عليه إختبار جارت لتأثير الترتيب Gart's test for order effects .

وفي هذا الإختبار يتم صياغة نموذج على هيئة جدول أو مصفوفة 2×2 ويعتمد في حله على إختبار فيشر الأصلى .

لإيضاح ذلك نرجع للتطبيق (٤-٣) حيث تم إستخدام إختبار مكنمار ، بقصد إختبار مدى تساوي فاعلية العلاجين أ ، ب . غير أنه في هذه الحالة نريد بحث عامل آخر جديد ، قد يكون له أثر جوهري على الغثيان ، وهو ترتيب تعاطي العلاجين . وهذا العامل يمثل معلومات هامة تم تجاهلها في إختبار مكنمار ، أو بعبارة أخرى فإن إختبار مكنمار يقدم تقييماً جزئياً للموقف ، حيث أن نتيجة الإختبار كانت « وجود إختلاف في الغثيان في كل من نوعي العلاج » .

الحالة الآن هي أن المريض يتعاطى كلا النوعين من العلاج (معاملات) بترتيب معين والرمز (أ ، ب) يعني تعاطي العلاج أ أولاً ثم العلاج ب . وتعتمد الإجراءات على عرض جدولين 2×2 بإستخدام أزواج المشاهدات التي لها إستجابات مختلفة .

المجدول الأول : جدول إختبار الترتيب .

المجدول الثاني : جدول إختبار المعاملات .

وسنوضح طبيعة كل جدول في التطبيق التالي :

تطبيق (٤-٢٤)

البيانات الواردة في الجدول التالي ، تم إعدادها من دراسة الحالة الوارد
بالتطبيق (٤-٢٣) . المطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١ - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

٢ - عدم وجود فرق بين العلاجين .

جدول إختبار الترتيب

	ترتيب العلاج		الفئتان مصاحب
	(ب ، ا)	(ا ، ب)	
١٢	٥	٧	للعلاج أ
٣	٢	١	للعلاج ب
١٥	٧	٨	

الحل :

١ - نطبق إختبار فيشر علي الجدول أعلاه . من جدول (٧) نجد أن
مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٥٦٩ . وحيث أنه أكبر من مستوى المعنوية
الرسمي ٠,٠٥ فإننا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود
تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

٢ - لإختبار الفرض الثاني نقوم بإعادة عرض الجدول بالصورة الموضحة أدناه ، مع تطبيق إختبار فيشر . من جدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠.٠٤١ . وحيث أنه أقل من ٠.٠٥ . نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود فرق بين العلاجين (معدل الغثيان أكبر في أ) .

جدول إختبار المعاملات

	(ب ، أ)	(أ ، ب)	ترتيب العلاج
			الغثيان مصاحب
٩	٢	٧	للعلاج الأول
٦	٥	١	للعلاج الثاني
١٥	٧	٨	

تطبيق (٢٥-٤)

في التجربة الواردة بالتطبيق (٢٣-٤) الخاصة بمقارنة نوعي العلاج أ ، ب وأثرها على الغثيان ، نفرض أن نتائج التجربة كانت كما يلي :

	(ب ، أ)	(أ ، ب)	ترتيب العلاج
			الغثيان مصاحب
١٢	١٠	٢	للعلاج أ
٣	٠	٣	للعلاج ب
١٥	١٠	٥	

والمطلوب إختبار الفروض التالية بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

١ - عدم وجود فرق بين العلاجين .

ب - عدم وجود تأثير لترتيب تعاطي العلاجين .

الحل :

تطبيق إختبار فيشر الحقيقي على الجدول المعطى يمكن إختبار الفرض (٢) بالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي ٠,٠٢٢ . وحيث أنه أقل من ٠,٠٥ نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود معدلات غشيان أكبر مع العلاج الثاني عنه مع العلاج الأول .

وبإعادة ترتيب البيانات لإختبار الفرض (١) نحصل على الجدول التالي وبالرجوع لجدول (٧) نجد أن مستوى المعنوية الحقيقي هو ٠,٠٩٥ . وحيث أنه أكبر من ٠,٠٥ لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود فرق بين العلاجين .

	(ب. أ)	(أ. ب)	ترتيب العلاج
			الغشيان مصاحب
٢	.	٢	للعلاج الأول
١٣	١٠	٣	للعلاج الثاني
١٥	١٠	٥	

٤ - ٤ مقارنة عدة نسب : بيانات مستقلة

٤-٤-١ اختبار فرض قيم لعدة نسب

توجد حالات بحثية كثيرة يكون فيها للمتغير عدة قيم أو صفات وهذه الحالة تتبع توزيع أعم من توزيع ذي الحدين binomial يطلق عليه التوزيع متعدد الحدود Multinomial ، ويكون الفرض المطلوب إختباره هو :

$$f. : q_r = q_r. \quad r = 1, 2, \dots, m$$

ف١ : ليست كل النسب في المجتمع تساوي النسب المحددة .

$$\text{حيث } مج\ q_r = مج\ q_r. = 1$$

إن الإختبار الحقيقي معقد ، وغالباً يستخدم كا٢ كتقريب .

الفئات	التكرار المشاهد	التكرار المتوقع
١	ك١	ك١
⋮	⋮	⋮
٢	ك٢	ك٢
	ن	ن

إحصاء الإختبار

(٤-٥٠)

$$كا٢ = مج \frac{(ك - \bar{ك})^2}{\bar{ك}}$$

(٤-٥١)

$$\text{حيث } \bar{ك} = ن\ q_r.$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا^٢ يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ .

تطبيق (٤-٢٦)

سحبت عينة عشوائية حجمها ١٢٠ أسرة من مجتمع الأسر ذات الثلاثة أبناء ، فيما يلي توزيع عدد الذكور .

عدد الذكور	٠	١	٢	٣
عدد الأسر (التكرار)	٢١	٣٧	٤٤	١٨

هل تؤيد هذه العينة نظرية علم الوراثة والتي تقضي بأن احتمال ولادة ذكر تساوي احتمال ولادة أنثى وأن الحديثين مستقلان عن بعضهما .

الحل :

الاختبار المناسب هو اختبار كا^٢ . للحصول على التكرارات المتوقعة تبعاً للنظرية ، يجب الحصول على التوزيع الإحتمالي لعدد الذكور في الأسر ذات الثلاثة أبناء . إن عدد الذكور يتبع توزيع ذي الحدين حيث $n = 3$ ، $q = 0.5$. وبالرجوع لجدول توزيع ذي الحدين (جدول ٨) نحصل على التوزيع الإحتمالي*:

$$P(0) = \frac{8}{27} , P(1) = \frac{8}{27} , P(2) = \frac{8}{27} , P(3) = \frac{1}{27}$$

$$P(0) = \frac{8}{27} , P(1) = \frac{8}{27} , P(2) = \frac{8}{27} , P(3) = \frac{1}{27}$$

(*) لمزيد من الإيضاح راجع الجزء الأول ، القسم (٢ - ٤ - ٢) .

إحصاء الاختبار

$$\text{كا}^2 = \frac{\sum (\text{ك} - \bar{\text{ك}})^2}{\bar{\text{ك}}} \quad (٥٢-٤)$$

حيث ك هي التكرارات الفعلية ، $\bar{\text{ك}}$ هي التكرارات المتوقعة ، وتحسب بالصيغة :

$$\bar{\text{ك}} = \frac{\sum \text{ك} \cdot \text{ل}}{\text{ن}} \quad (٥٣-٤)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء كا^٢ أعلاه ، يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ .

ملحوظة : يتطلب إختبار كا^٢ كما سبق ذكره في العديد من المناسبات أن لا يقل التكرار المتوقع في أي خلية عن ٥ .

تطبيق (٢٧-٤)

في إحدى تجارب بحوث السرطان ، تم تقسيم مجموعة من فئران التجارب المصابة بالمرض إلى أربعة مجموعات بصورة عشوائية ، وتم علاج كل مجموعة منها بجرعات مختلفة من الإشعاع . والجدول التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار فرض تساوي معدلات الشفاء في المجموعات المختلفة بمستوى معنوية ٠.٠٥ .

جرعات الإشعاع (rads)	٢٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	٥٠٠٠	مجموع
عدد حالات الشفاء	١٠	٣٢	٣٧	٣٢	١١١
حالات عدم الشفاء	٣٢	٩	٢	٨	٥١
العدد الكلي	٤٢	٤١	٣٩	٤٠	١٦٢

الحل :

$$ف. : ق١ = ق٢ = ق٣ = ق٤$$

$$كا^٢ = ٥٥,٦٤٨ \text{ باستخدام الصيغة } (٤-٥٢) .$$

$$\text{من جدول (٥) كا}^٢ (٠,٩٩) = ١١,٣٤٥$$

وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل بمعنى أن احتمالات الشفاء غير متساوية في الجرعات . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

٤ - ٥ مقارنة عدة نسب : بيانات مرتبطة

في كثير من الحالات يكون للمتغير أكثر من قيمتين ، فمثلاً في حالة مقارنة أنواع العلاج قد تكون نتيجة التطبيق (تحسن ، لا تغير ، أسوأ) ومتغير آخر مثلاً معدل إستهلاك السجائر قد يكون ^١ صفر ، ١ - ١٠ ، ١١ - ٢٠ ، ٢١ فأكثر) .

ويفرض فيما يلي الاختبارات المناسبة لهذه الحالات :

١ - إختبار بوكر ١٩٤٨ .

٢ - إختبار ستيوارت ١٩٥٥ .

٣ - إختبار كوكران ١٩٥٠ .

٤-٥-١ إختبار بوكر

قدم بوكر Bowker عام ١٩٤٨ إختباراً يعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار لمقارنة النسب المرتبطة في النموذج متعدد المستويات ($m \times d$) multilevel model . إن الهدف من إختبار مكنمار في النموذج 2×2 هو إختبار الفروض التالية :

١ - إختبار فرق متساوي النسب الهامشية المرتبطة ($4 - 41$) .

٢ - إختبار فرض قائل إحتتمالات التغير ($4 - 42$) .

ويعتبر إختبار بوكر إمتداداً لهذا الإختبار الثاني ، وفيما يلي عرض للجدول التكراري يليه عرض للإحتتمالات في المجتمع ($m = d$) .

الزمن (٢)

المستوى	١	٢	٣	د
١	١١ ^ك	٢١ ^ك	٣١ ^ك	د١ ^ك
٢				
الزمن (١)				
د	١د ^ك	٢د ^ك	٣د ^ك	دد ^ك
٣	١م ^ك	٢م ^ك	٣م ^ك	دم ^ك
ن	١ن ^ك	٢ن ^ك	٣ن ^ك	دن ^ك

الزمن (٢)

المستوى	١	٢	ل	د	
١	١١٢	٢١٢	١١٢	١١٢	١٢
٢					
الزمن (١)					
ر	١ كم		كم ل	كم د	كم
٢	١ كم		كم ل	كم د	كم
	١٠٢	٢٠٢	ل.٢	د.٢	١

فرض العدم

$$ف. : ح ل = ح ل ر \quad ر < ل$$

ف. : ليست كل الإحتمالات أعلاه متساوية

إحصاء الاختبار

$$كا٢ = \frac{مجد (ش - ت)٢}{ت} \quad ر \neq ل \quad (٤-٥٤)$$

$$= \frac{مجد (ل - د)٢}{ل} \quad ر \neq ل \quad (٤-٥٥)$$

وغالباً لا تكون إحتمالات المجتمع ح ل معلومة . وقد اقترح بوكر المقدرات

التالية لها .

$$(٥٦-٤) \quad \frac{(\text{كول} + \text{كولر})}{٥٢} = \text{كول}^{\text{أ}}$$

وبذلك يصبح الإحصاء :

$$(٥٧-٤) \quad \frac{٢(\text{كول} - \text{كولر})}{\text{كول} + \text{كولر}} = \text{كول}^{\text{ب}}$$

توزيع المعاينة

الإحصاء $\text{كول}^{\text{أ}}$ الموضع في الصيغة (٥٧-٤) يؤول إلى توزيع $\text{كول}^{\text{أ}}$ بدرجات حرية د. ح حيث :

$$(٥٨-٤) \quad \text{د. ح} = (\text{كول}^{\text{أ}}) = (\text{كول}^{\text{ب}})$$

ملحوظة : في حالة $\text{م} = \text{د} = ٢$ فإن إحصاء بوكس يكون ممثلاً لإختبار مكنمار ($\text{كول}^{\text{أ}}$) غير المصحح .

تطبيق (٢٨-٤)

في دراسة لتطور الأحوال الاقتصادية بالدولة ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة لعدد من المشروعات الاقتصادية القائمة في فترتين زمنيتين مختلفتين ، مع بيان الشكل القانوني للمشروع في كل فترة . والمطلوب إختبار فرض تساوي احتمالات التغيريين القطاعات بمستوى معنوية ١ % .

الشكل القانوني للمشروع

	خاص	مشارك	عام	حكومي	١٩٩٠. ١٩٧٠.
٣٠.	٥	٨	٩	٨	قطاع حكومي
٥٠.	٠	٢٠	١٨	٢	قطاع عام
٢٠.	٥	١١	٢	٢	قطاع مشترك
٤٠.	٣٥	٣	٢	٠	قطاع خاص
١٣٠.	٥٥	٤٢	٣١	١٢	

الحل :

فرض العدم ف. : $\text{ح.ح} = \text{ح.ل}$

ف١ : $\text{ح.ح} \neq \text{ح.ل}$

إستخدم السيف (٥٧ - ٤)

$$\frac{2(0-5)}{0+5} + \frac{2(2-8)}{2+8} + \frac{2(2-9)}{2+9} = 25$$

$$33,615 = \frac{2(3-5)}{3+5} + \frac{2(2-10)}{2+10} + \frac{2(2-20)}{2+20} +$$

بإستخدام الصيغة (٥٨ - ٤) $\text{ح.ح} = \left(\frac{4}{2}\right) = 12$

من جدول (٥) كما $\chi^2_{17} = (٠.٩٩) = ٢٦.٢١٧$

وبذلك نرفض فرض العدم وتقبل الفرض بأن احتمال التغير من قطاع ر إلى قطاع ل لا يساوي احتمال التغير بالعكس . لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠.٠٠١ .

تطبيق (٢٩-٤)

في دراسة للحراك الاجتماعي في أحد المجتمعات ، تم إعداد التوزيع التالي من عينة حجمها ٢٠٠ شخص والبيان يعرض طبقة كل شخص في فترتين مختلفتين . المطلوب اختبار فرض تساوي احتمالات التغير بين الطبقات بمستوى معنوية ٠.٠١ .

الطبقة الاجتماعية

	منخفضة	متوسطة	مرتفعة	١٩٩٠ / ١٩٧٠
مرتفعة	٣٩	١١	٢٨	
متوسطة	٧٢	٣٧	٢٩	
منخفضة	٨٩	٤٠	٣١	
	٢٠٠	٤٦	٦٦	٨٨

الحل :

$$\chi^2_{17} = \frac{2(6-18)}{6+18} + \frac{2(0-31)}{0+31} + \frac{2(11-29)}{11+29} = ٢١.٥$$

$$3 = \binom{3}{1} = \text{درجات الحرية}$$

$$11.145 = \binom{3}{2} (0.99)$$

نرفض فرض قائل احتمالات التغير بين الطبقات .

٤-٥-٢ اختبار ستيوارت

قدمه ستيوارت Stuart عام ١٩٥٥ لإختبار فرض تجانس النسب الهامشية المرتبطة . وبعد إمتداداً (من ناحية تعدد المستويات multilevel) لإختبار مكنمار . وللملائمة تعرض البيانات فى جدولين ، أحدهما تكراري والآخر احتمالي وبصورة ماثلة لما سبق عرضه في إختبار بوكر (٤ - ٥ - ١) .

فرض العدم :

$$f : c.r = c.r$$

ويمكن عرضه على الصورة :

$$f : c.r - c.r = \text{صفر}$$

$$\text{أو } f : d.r = k.r - k.r = \text{صفر} \quad (٤-٥٩)$$

إحصاء الإختبار

يوجد عدة إحصاءات لإختبار الفرض السابق . غير أنها معقدة نوعاً ما - وكإجراء أسهل - في حال الجدول 3×3 قدمه فليس وإفرت Fleiss and Everitt عام ١٩٧١ وهو كما يلي :

$$(٦٠-٤) \quad \frac{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{K}_{jk}^2}{\sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{K}_{jk}^2 + \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{K}_{jk}^2 + \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{K}_{jk}^2} = \bar{K}_{jk}^2$$

$$(٦١-٤) \quad \text{حيث} \quad \frac{\bar{K}_{jk}^2 + \bar{K}_{jk}^2}{2} = \bar{K}_{jk}^2$$

هي التكرارات المتوقعة :

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع χ^2 بعدد من درجات الحرية قدره إثنان .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كان :

$$(٦٢-٤) \quad \chi^2_{\alpha} < \chi^2_{\alpha} (١ - \alpha)$$

المقارنات المتعددة

في حالة رفض فرض العدم ، فإن الخطوة التالية في التحليل تكون في إيجاد الفئات التي تؤدي إلى الفروق المعنوية . ويمكن إجراء ذلك عن طريق ضغط الجدول الأصلي في جدول 2×2 وتطبيق اختبار مكنمار ، وقد سبق عرضه في القسم (١-٣-٤) .

تطبيق (٣٠-٤)

تم عرض مائة مريض على إثنان من الأطباء بصورة مستقلة ، والجدول التالي يعرض نتائج تشخيص كل منهما المطلوب إختبار فرض تساوي احتمالات التشخيص بمستوى معنوية ٠.٠١ .

تشخيص المرض

	أخرى	إضطرابات	فصام	الطبيب (ب) الطبيب (أ)
				فصام إضطرابات نفسية أخرى
٤٠	٠	٥	٣٥	
٤٠	٥	٢٠	١٥	
٢٠	٥	٥	١٠	
١٠٠	١٠	٣٠	٦٠	

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة لقرن (٦١ - ٤)

$$\bar{ك}١ = \frac{١٥ + ٥}{٢} = ١٠ \quad \bar{ك}٢ = ٣١ \quad \bar{ك}٣ = ٣٣ \quad ٥ = ٥$$

نحسب الفروق در (٥٩ - ٤)

$$١٠ = ٤٠ - ٣٠ \quad ٢٠ = ٦٠ - ٤٠ \quad ١٠ = ٣٠ - ٢٠ \quad ١٠ = ٣٣ - ٢٣$$

نحسب الإحصاء (٦٠ - ٤)

$$\chi^2 = \frac{٢(١٠)٥ + ٢(٢٠)٥ + ٢(١٠)١٠}{(٥ \times ٥ + ٥ \times ١٠ + ٥ \times ١٠) ٢} = ٢.٤$$

$$K_p^2 = (0.99) = 9.210$$

نرفض تساوي احتمالات التشخيص

لاحظ أن مستوى المعنوية الحقيقي أقل من 0.0001 .

تطبيق (٤-٣١)

في دراسة الحراك الاجتماعي الموضحة في التطبيق (٤-٢٩) . المطلوب
بمستوى معنوية ١ ٪ اختبار فرض تساوي الاحتمالات الهامشية ، أي احتمال
الطبقة متساو في الفترتين .

الحل :

نحسب التكرارات المتوقعة (٤ - ٦١)

$$K_{٢١} = ٢٠ ، K_{٣١} = ١٥.٥ ، K_{٣٢} = ١٢$$

نحسب الفروق در (٤ - ٥٩)

$$١٥ = ٤٩ - ٣٤ ، ٦٠ = ٢٠ - ١٤ ، ٤٣ = ٣٢ - ١١$$

نحسب الإحصاء (٤ - ٦٠)

$$K_p^2 = \frac{٦٦٣٥.}{٧٣٦} = \frac{٢(٦-١١٥.٥) + ٢(٤٩)١٢ + ٢(٤٣-١٤) ٢٠}{(١٢ \times ١٥.٥ + ١٢ \times ٢٠ + ١٥.٥ \times ٢٠) ٢}$$

$$K_p^2 = (0.99) = 9.210$$

نرفض فرض تساوي الاحتمالات الهامشية لاحظ أن مستوى المعنوية
الحقيقي أقل من 0.0001 .

٤-٥-٣ إختبار كوكران

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٥٠ ويعتبر إمتداداً (من ناحية تعدد المتغيرات multivariable) لإختبار مكتمل - ويستخدم لإختبار ما إذا كانت عدة مجموعات - مرتبطة أو متناظرة matched (ثلاث فأكثر) من التكرارات أو النسب - تختلف معنوياً مع بعضها . والتناظر قد يكون أساسه خواص معينة للوحدات المختلفة أو على أساس استخدام نفس الوحدات تحت ظروف أو معاملات مختلفة . ومن الأمثلة على ذلك :

١ - تقييم فعالية عدة أنواع من العلاج (معاملات) - عن طريق تجربة كل منها على المريض .

٢ - إختبار ما إذا كانت أسئلة أو بنود إختبار (المجموعات أو المعاملات) مختلفة من ناحية الصعوبة .

٣ - قد يكون لدينا بند واحد ونود مقارنة إستجابات عدة أشخاص تحت عدة ظروف ، مثلاً بصدد الإتهابات نقوم بسؤال كل شخص في الشريحة Panel المختارة من المنتخبين أيهما يفضل من الإثنان المرشحين - وذلك في عدة أوقات مختلفة : قبل الحملة الإنتخابية ، أثناء الحملة الإنتخابية ، قبل التصويت مباشرة ، بعد إعلان النتيجة . ويحدد إختبار كوكران ما إذا كانت هذه الظروف المختلفة لها تأثير على الإختبار .

وفيما يلي نعرض البيانات الخاصة بالحالة محل البحث والرموز المتعلقة بها وإجراءات الإختبار .

	المعاملات				الوحدات
	١	٢	٣	٤	
١	١١ س	٢١ س	٣١ س	٤١ س	١
٢					٢
٣	١١ س	٣١ س	٤١ س	٥١ س	٣
٤					٤
مجموع	١٠ س	٣٠ س	٤٠ س	٥٠ س	١٠ س
النسبة	١ ق	٣ ق	٤ ق	٥ ق	١٠ ق

فرض العدم :

ف. : احتمال النجاح واحد من كل المعاملات أو المعاملات تأثيرها متماثل .

إحصاء الاختبار :

$$\chi^2 = \frac{(n-1) \times \left(\frac{\sum_{j=1}^k \frac{f_{1j}^2}{n_j} - \frac{(\sum_{j=1}^k f_{1j})^2}{n} \right)}{r}$$

توزيع المعاينة :

ص يتبع توزيع كاي^٢ بدرجات حرية ك - ١ .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا كان

$$\chi^2_{\alpha, k-1} < \chi^2$$

(٦٤-٤)

تطبيق (٤-٣٢)

في مقارنة لثلاثة أنواع من العلاج تم تطبيقها على مجموعة من المرضى ، حيث يتقاضى كل مريض كل الأنواع ولكن في فترات مختلفة مناسبة بحيث لا يكون للترتيب أي أثر . والجدول التالي يعرض النتائج في صورة القيم ١ ، صفر لحالة ما إذا كان العلاج فعال أم غير فعال . والمطلوب إختبار فرض تساوي فعالية الأنواع الثلاثة بمستوى معنوية ٠.٠٠٥ .

المرضى	العلاج أ	العلاج ب	العلاج ج	م.د.	م.د.
١	١	٠	١	٢	٤
٢	١	١	٠	٢	٤
٣	١	١	٠	٢	٤
٤	١	١	١	٣	٩
٥	١	٠	١	٢	٤
٦	٠	٠	٠	٠	٠
٧	١	٠	١	٢	٤
٨	١	١	١	٣	٩
٩	٠	١	٠	١	١
١٠	١	١	٠	٢	٤
١١	١	٠	١	٢	٤
١٢	١	١	١	٣	٩
م.د. ٢ م.د.	١٠ ١٠٠	٧ ٤٩	٧ ٤٩	٢٤ ١٩٨	٥٦

$$٢,٢٥ = \frac{٢٢٤ - (١٩٨) ٣}{٥٦ - (٢٤) ٣} \times (١-٣) = ص$$

$$٥,٩٩١ = (٠,٩٥) \frac{٢}{٢} كا$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بأن أنواع العلاج الثلاثة على نفس الدرجة من الفعالية .

تطبيق (٣٣-٤)

لتحديد أفضل طريقة لعرض الدروس قام أحد المدرسين بمعرض الثلاث طرق المتاحة على عينة من الطلبة . وقد تم جمع البيانات عن كل طريقة ³ فهم (١) ، لم يفهم (٠) [والبيان التالي يعرض النتائج . والمطلوب إختبار ما إذا كان هناك فرق بين الطرق بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

س. ٢ س. ز.	س. ز.	الطريقة			الطالب
		ج	ب	أ	
٠	٠	٠	٠	٠	١
٤	٢	١	٠	١	٢
٤	٢	١	٠	١	٣
٤	٢	١	٠	١	٤
١	١	٠	٠	١	٥
٩	٣	١	١	١	٦
٤	٢	١	٠	١	٧
١	١	١	٠	٠	٨
٠	٠	٠	٠	٠	٩
٩	٣	١	١	١	١٠
٩	٣	١	١	١	١١
٤	٢	١	٠	١	١٢
٤	٢	١	٠	١	١٣
١	١	٠	٠	١	١٤
٤	٢	١	٠	١	١٥
١	١	١	٠	٠	١٦
٠	٠	٠	٠	٠	١٧
٤	٢	١	٠	١	١٨
٦٣	٢٩	١٣	٣	١٣	س. ل.
	٣٤٧	١٦٩	٩	١٦٩	س. ٢ س. ل.

$$١٦,٦٦٧ = \frac{٨٤١ - (٣٤٧)^٣}{٦٣ - (٢٩)^٣} \times (١ - ٣) = \text{ص}$$

$$٩,٢١٠ = (٠,٩٩)^{\frac{٢}{٢}}$$

نرفض فرض العدم ، ونقبل وجود إختلاف بين الطرق .

ملحوظة : مستوى المعنوية الحقيقي أقل من ٠,٠٠١ .

الباب الخامس

الإستقراء حول التشتت

التشتت يعد الخواص الهامة التي تكون دائماً محل إهتمام الباحث ، وعلى سبيل المثال فإن مشكلة التدريس لفصل متجانس في القدرات تختلف عنه في فصل آخر به خلاقات كبيرة من الطلاب ، حتى ولو كان الفصلان متساويان في متوسط هذه القدرات .

كما أن هناك العديد من الأساليب الإحصائية لا يجوز تطبيقها إلا بعد توافر شروط معينة عن التباين أو التباينات في المجتمع محل الدراسة . ويتطلب الأمر إختيار مدى توفر هذه الشروط قبل تطبيق مثل هذه الأساليب ، مثال ذلك إختبارات ، وإختبارات تحليل التباين .

ونعرض في الفصول القادمة مجموعة من أساليب الإستقراء الهامة تحت التقسيمات التالية :

- الإستقراء حول تباين المجتمع .

- مقارنة التشتت في مجتمعين .

- مقارنة التشتت في عدة مجتمعات .

٥ - ١ الإستقراء عن التباين

٥-١-١ إختيار الفرض حول تباين المجتمع

توجد حالات كثيرة يكون فيها الإهتمام نحو إختيار قيمة معينة لتباين المجتمع ، كحالات مراقبة جودة الإنتاج حيث يكون الإهتمام بأن تكون المنتجات

متجانسة من ناحية الموصفات [[] طول - عرض - قطر - وزن -] ولا يسمح فيها بأن يزيد التباين عن قيمة معينة .

فرض العدم :

$$\sigma^2 = \sigma_0^2$$

وهذا يكافئ تماماً استخدام الصيغة $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ أو $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

وهو يأخذ أحد الصور التالية :

$$\sigma^2 < \sigma_0^2 \quad \text{أ - ١}$$

$$\sigma^2 > \sigma_0^2 \quad \text{ب - ١}$$

$$\sigma^2 \neq \sigma_0^2 \quad \text{ج - ١}$$

إحصاء الاختبار :

$$ص = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (١-٥)$$

حيث ن حجم العينة ، \bar{x} تقدير العينة لتباين المجتمع (٣-٦) .

توزيع المعاينة

بافتراض أن المعاينة عشوائية وأن توزيع المجتمع طبيعي فإن الإحصاء (١-٥) يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية ن - ١ حيث ن حجم العينة .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة χ^2 في منطقة الرفض وهي تختلف حسب الفرض البديل كما يلي :

$$\text{أ - } \chi^2 < \chi^2_{\alpha, n-1} \quad (٢-٥)$$

$$\text{ب - } \chi^2 > \chi^2_{\alpha, n-1} \quad (٣-٥)$$

$$\text{ج - } \chi^2 < \chi^2_{\alpha/2, n-1} \quad (٤-٥)$$

$$\text{أو } \chi^2 > \chi^2_{\alpha/2, n-1} \quad (٥-٥)$$

تطبيق (١-٥)

ماكينة تنتج إحدى قطع الغيار بقطر قدره ٢/١ بوصة ويتبع التوزيع الطبيعي تباينه ٠,٠٠٠٠٤٢ يوجد إدعاء من أحد المنتجين بتقديم ماكينات جديدة تنتج بنفس المواصفات ولكن تشتت أقل . وقد تقرر شراؤها في حالة التحقق من صحة الفرض بمستوى معنوية ٥ ٪ بأن التباين أقل . تم إنتاج عينة حجمها ٢٥ وحدة باستخدام الماكينات الجديدة وقد وجد أن تباين العينة قدره ٠,٠٠٠٠٢٨ فما هو القرار بشأن شراء الآلات .

الحل :

$$٠,٠٠٠٠٤٢ = \sigma^2$$

$$٠,٠٠٠٠٤٢ > \sigma^2$$

بإستخدام الصيغة (١-٥)

$$١٦ = \frac{(٠,٠٠٠٢٨)(١-٢٥)}{٠,٠٠٠٤٢} = \text{ص}$$

$$١٣,٨٤٨ = (\sigma, \sigma) \text{ كـا}^2$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم ، وبالتالي فإن القرار هو عدم شراء
الماكينات الجديدة .

٢-١-٥ تقدير تباين المجتمع

كما سبق عرضه ، فإن الإحصاء (١-٥) بشروط عينة يتبع توزيع كـا^٢
بدرجات حرية ن - ١ . وعلى ذلك فإنه يمكن تقدير تباين المجتمع (أو إنحرافه
المعياري) بمستوى ثقة ١ - م بإستخدام الصيغة :

$$\text{ح} \left[\frac{\text{كـا}^2}{\sigma^2} < \frac{\text{كـا}^2}{\sigma^2} \right] = ١ - \text{م} = (١-٥)$$

ومن ذلك يمكن الحصول على الصيغة التالية :

$$(٧-٥) \quad -١ = [\frac{(١-٥) ٢٠}{\sqrt{\frac{(٢/٥-١)}{١-٥}}} < ٢\sigma < \frac{(١-٥) ٢٠}{\sqrt{\frac{(٢/٥-١)}{١-٥}}}]$$

وبأخذ الجذر التربيعي في الصيغة أعلاه ، نحصل على تقدير للانحراف المعياري بفترة ثقة ١-٥ كما يلي :

$$(٨-٥) \quad -١ = [\frac{(١-٥) ٢٠}{\sqrt{\frac{(٢/٥-١)}{١-٥}}} < ٢\sigma < \frac{(١-٥) ٢٠}{\sqrt{\frac{(٢/٥-١)}{١-٥}}}]$$

تطبيق (٢-٥)

سحبت عينة عشوائية حجمها ٢٥ وكان أفضل تقدير للتباين هو ٧٥ .
أوجد ٩٥ ٪ فترة ثقة لتقدير كل من تباين المجتمع وانحرافه المعياري .

الحل :

حدي الثقة : من الصيغة (٧-٥)

$$\frac{(٧٥) ٢٤}{\sqrt{\frac{(٠.٩٧٥)}{٢٤}}} \leq ٢\sigma \leq \frac{(٧٥) ٢٤}{\sqrt{\frac{(٠.٠٢٥)}{٢٤}}}$$

$$\frac{1800}{39.36} \leq \sqrt{\sigma} \leq \frac{1800}{12.40}$$

$$140.2 \leq \sqrt{\sigma} \leq 45.7$$

حدي الثقة للإلتحاف المعياري (٨-٥)

$$12.05 \leq \sigma \leq 6.76$$

٥ - ٢ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مستقلة

٥-٢-١ إختبار - ف

توجد حالات بحثية يشترط أسلوب حلها ضرورة تساوي تبايني المجتمع محل الدراسة ، كما في حالة إختبارات - فيشر (٣-٢-٢) .

وهذا القسم يعرض إجراءات إختبار ف ويسمى أحياناً نسبة التباين - والفرض منه إختبار تساوي تباينين σ_1^2 ، σ_2^2 من مجتمعين ١ ، ٢ يتبعان التوزيع الطبيعي ، وذلك من عينتين مستقلتين حجمها ن_١ ، ن_٢ على الترتيب.

فرض العدم :

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$\text{أو } [F = \sigma_1^2 / \sigma_2^2]$$

وهذا يكافئ: استخدام الصيغة $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ أو $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل

$$١ - \sigma : \sigma < \sigma$$

$$\text{أو } [\sigma / \sigma < ١]$$

$$ب - \sigma : \sigma > \sigma$$

$$\text{أو } [\sigma / \sigma > ١]$$

$$ج - \sigma : \sigma \neq \sigma$$

$$\text{أو } [\sigma / \sigma \neq ١]$$

إحصاء الاختبار

(٩-٥)

$$\frac{\sigma}{\sigma} = \text{ص}$$

حيث σ (σ) هو تقدير العينة لثباين المجتمع σ (σ) وحسب بالصيغة (٦-٣) .

توزيع المعاينة

الإحصاء (٩-٥) أعلاه يتبع توزيع* ف ب درجات حرية $١ - ١$ ، $١ - ٢$.
والجداول الإحصائية المرفقة (جدول ٤) يعرض بعض القيم الحرجة .

(*) لمزيد من التفاصيل عن توزيع ف راجع الجزء الأول القسم (٧-٤-٢) .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية α نرفض فرض العدم إذا وقعت قيمة χ^2 في منطقة الرفض وهي تختلف حسب الفرض البديل :

$$\text{أ - } \chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}, \chi^2_{1-\alpha/2} \text{ (١-١) مـ} \quad (١٠-٥)$$

$$\text{ب - } \chi^2 > \chi^2_{1-\alpha}, \chi^2_{1-\alpha/2} \text{ (١-١) مـ} \quad (١١-٥)$$

$$\text{ج - } \chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}, \chi^2_{1-\alpha/2} \text{ (١-١) مـ} \quad (١٢-٥)$$

$$\text{أو } \chi^2 < \chi^2_{1-\alpha}, \chi^2_{1-\alpha/2} \text{ (١-١) مـ} \quad (١٣-٥)$$

ملاحظات : بعض القيم الغير موجودة بالجداول الإحصائية ، يمكن الحصول عليها من العلاقة .

$$\chi^2_{1-\alpha} = \chi^2_{\alpha} / \chi^2_{1-\alpha} \text{ (د) } \quad (١٤-٥)$$

تطبيق (٣-٥)

مجموعتان من الطلبة يدرسون مادة الإحصاء بطريقتين مختلفتين ، غير أن الاختبار واحد . سحبت عينة حجمها ٦١ من المجتمع الأول ، ١٢١ من المجتمع الثاني فوجد أن تباين درجات الاختبار في العينتين ١٠٠ ، ٢٢٥ ، على الترتيب والمطلوب اختبار فرض تساوي التشتت بين الطلبة مع الطريقتين ، وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$$F. : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$F. : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$ص = \frac{100}{225} = 0,444$$

من الجداول الإحصائية جدول ٤ نجد أن :

$$F. : ١٢,٦ = (0,٩٧٥)$$

$$F. : ١٢,٦ = (0,٠٢٥) / ١ = (0,٩٧٥) ١٢,٦$$

(من الصيغة ٥-١٤)

$$= 1,08 / 1 = 0,633$$

منطقة الرفض : $ص < ١,٥٣$ أو $ص > ٠,٦٣٣$

وحيث أن ص تقع في منطقة الرفض - نرفض فرض تساوي التشتت في الطريقتين .

تطبيق (٤-٥)

في دراسة لمقارنة كفاءة نوعين من طرق التخدير على أساس الوقت اللازم لتخدير المرضى ، تم تطبيق كل نوع على عينة عشوائية حجمها ١٣ مريضاً وكان تباين النسبة الأولى ٦٤ والثانية ١٦ والمطلوب إختبار فرض أن التشتت بالعينة الأولى أكبر من الثانية بمستوى معنوية ٥ % .

الحل :

$$F_2 = F_1 : F_2$$

$$F_2 < F_1 : F_2$$

$$E = \frac{64}{16} = \frac{1}{2} = ص$$

$$F_{2,69} = (0,95)_{12,12}$$

نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

5-2-2 اختبار مود

قدمه مود Mood عام ١٩٥٤ لإختبار تساوي التشتت في مجتمعين .

الإفترضات

١ - عينتان عشوائيتان من $س_1$ ، $س_2$ ، من $ص_1$ ، $ص_2$ ،

صين ، من المجتمعان ١ ، ٢ على التوالي ، $ن_1 > ن_2$.

٢ - العينتان مستقلتان .

٣ - توزيعا المجتمعان مستمرا .

٤ - مستوى القياس ترتيبي .

٥ - المجتمعان متماثلان (فيما عدا تساوي التشتت) .

فرض العدم :

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

والمقصود بالرمز هنا إعتباره مقياس عام للتشتت وليس الإنحراف المعياري فقط .

وهذا الفرض يرادف إستخدام الصيغة $\sigma_1 \geq \sigma_2$ أو $\sigma_1 \leq \sigma_2$ على التوالي بالنسبة للفروض البديلة (أ) أو (ب) الموضحة أدناه .

الفرض البديل : واحد مما يلي :

$$\sigma_1 < \sigma_2 \quad \text{أ - ف}$$

$$\sigma_1 > \sigma_2 \quad \text{ب - ف}$$

$$\sigma_1 \neq \sigma_2 \quad \text{ج - ف}$$

إحصاء الاختبار

$$ص = \frac{1}{1-n} \left(\text{دل} - \frac{1+n}{2} \right) \quad (5-15)$$

حيث دل هي رتبة الملاحظة رقم ل في قيم س (العينة الصغيرة) وذلك في مجموعة الرتب المشتركة لكلا المتغيران ، $n = n_1 + n_2$.

وتوجد جداول خاصة لهذا الإحصاء . وإذا كانت أحجام العينات كبيرة ($n \leq 20$) يمكن إستخدام التوزيع الطبيعي وذلك للإحصاء :

(١٦-٥)

$$\frac{\bar{X} - \bar{X}_0}{\sigma} = T$$

حيث :

(١٧-٥)

$$\bar{X} = \frac{12}{(1 - 2)} \quad 12$$

(١٨-٥)

$$\sigma^2 = \frac{180}{(1 + 2)} \quad 180$$

القيم المكررة :

عندما يكون n صغيرة ، فإن التكرارات تؤثر على قيمة σ ولكن إذا كانت الحجم n ، n كبيرة مع وجود عدد قليل من التكرارات فإنه يمكن حذف القيم المكررة .

تطبيق (٥-٥)

في دراسة للمرضى بإحدى المستشفيات تم تسجيل البيانات التالية وهي من عينتان من الرجال والنساء المرضى بمرض معين والبيانات تمثل فترة العلاج بالمستشفى والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت في فترة العلاج بمستوى معنوية ١ % .

	٩	٢٠	٥	١٩	٧	٢٤	٢٢	١٤	١٣	٣٠	نساء
٢٧	١٦	٢٣	١٧	١٠	٢٨	١٢	٨	٦	١١	٢٥	رجال

الحل :

نرتب فترة العلاج لكل المرضى ترتيباً تصاعدياً ونعطي لكل منها رتبة ١ ، ٢ ، ٣ ، وفيما يلي الرتب لكل مجموعة .

نساء	١	١٠	١١	١٦	١٨	٤	١٤	٢	١٥	٦	
رجال	١٩	٨	٣	٥	٩	٢١	٧	١٣	١٧	١٢	٢٠

$$\text{ص} = (11-1) + (11-10) + \dots + (11-6) = 300 \quad (10-0)$$

$$\text{ص} = 10 - (21)^2 / (1 - 12) = 366,667 \quad (17-0)$$

$$\text{ص} = 10 - (11)(1+21) / (4 - (21)^2) = 5875,222 \quad (18-0)$$

$$\text{ص} = \sqrt{5875,222} = 76,650$$

$$\text{ط} = \frac{366,67 - 300}{76,650} = 0,102 \quad (16-0)$$

منطقة الرفض $1,96 > \text{ط} > -1,96$

إذن لا نستطيع رفض فرض العدم ، والذي يقضي بتساوي تشتت فترة العلاج بين النساء والرجال .

٥ - ٣ مقارنة التشتت في مجتمعين : بيانات مرتبطة

توجد حالات بحثية تكون فيها البيانات محل المقارنة مرتبطة ، ومن الأمثلة على ذلك حالة المجموعات المتناظرة matched وحالة استخدام العينة الواحدة والحصول منها على قيمتين في مناسبتين مختلفتين ، وكما سبق تفصيله في القسم (٣-٢-١) .

في هذه الحالة يكون هناك ارتباط بين التباينين ، وبالتالي لا نستطيع تطبيق اختبار - ف ، وفيما يلي إجراءات الاختبار المناسب لهذه الحالة ، وهي تشابه الحالة المعروضة في اختبار ف بالإضافة إلى كون البيانات مرتبطة ، وأن حجم العينة (ن) في المجموعتين .

الفروض :

كما هي في اختبار ف .

إحصاء الاختبار :

$$ص = \frac{\sqrt{٢-٥} \sqrt{(٢٠ - ١٠)}}{\sqrt{٢٠ - ١} \sqrt{٢٠ - ١٠}} \quad (١٩-٥)$$

حيث :

ر معامل ارتباط بدون بين المتغيرين ، وحسب بالصيغة (١-٦) ، $\frac{٢}{٢٠}$ ، $\frac{١٠}{٢٠}$ ، تقدير التباين في المجتمعان .

والصيغة أعلاه ترادف تماماً الصيغة السهلة التالية :

$$(٢٠-٥) \quad \frac{\sqrt{p-5} \sqrt{(\text{مدرس } ٢ - \text{مدرس } ١)})}{\sqrt{2} \sqrt{\text{مدرس } ١} \sqrt{\text{مدرس } ٢} - (\text{مدرس } ١ \text{ مدرس } ٢)} = \text{ص}$$

حيث تمثل س إنحرافات القيم من متوسطها الحسابي .

توزيع المعاينة

الإحصاء (٥ - ١٩) يتبع التوزيعات بدرجات حرية ن - ٢ .

تطبيق (٥ - ٦)

في دراسة تحليلية لنتائج الإختبارات تم سحب عينة من ١٣ طالب وتم تسجيل معدلهم التراكمي مقارناً بمعدلهم في العام السابق . وتم إعداد المؤشرات التالية :

العام الأول	العام الثاني	
٥١	٤٢	المتوسط
١٦٥	٣٦	التباين
	٠.٤٧	معامل الارتباط

والمطلوب إختبار فرض تساوي التشتت بين الطلاب في العامين بمستوى معنوية ١ ٪ .

الحل :

$$3,140 = \frac{\sqrt{2-13} \sqrt{(36-165)}}{\sqrt{(0,47)-1} \sqrt{36} \sqrt{165} \sqrt{2}} = \text{ص}$$

$$3,106 = (0,995)_{11} \text{ ت}$$

نرفض فرض تساوي التشتت بين الطلبة في العامين .

ملحوظة : إن تطبيق إختبار ف على هذه الحالة يعطي نتيجة مخالفة للنتيجة أعلاه ، وبالتالي لا يعتبر صحيحاً حيث أنه يفترض أن الدرجات مستقلة في العامين ، وكما يتضح مما يلي :

$$(9-0) \quad 4,08 = \frac{165}{36} = \frac{\overset{2}{1}}{\underset{2}{2}} = \text{ص}$$

$$4,91 = (0,995)_{12,12} \text{ ف}$$

وبالتالي نقبل فرض تساوي التشتت .

٥ - ٤ مقارنة التشتت في عدة مجتمعات

في هذا الفصل نقدم عدد من الإختبارات الخاصة بمقارنة التشبب (التباين) في عدة مجتمعات . وهذه الإختبارات يطلق عليها إختبارات لتجانس التباينات Homogeneity أو إختبارات عدم التجانس Heterogeneity . والفرض المطلوب إختباره هو :

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_p^2 = \sigma_q^2 : \text{ف.}$$

ويوجد عدد كبير من الإختبارات تستخدم لهذا الغرض منها .

- ١ - إختبار هارتلي Hartley ١٩٥٠ .
- ٢ - إختبار كوكران Cochran ١٩٤١ .
- ٣ - إختبار بارتلت Bartlett ١٩٣٧ .
- ٤ - إختبار بوكس Box ١٩٥٣ .
- ٥ - إختبار ليفين Levene ١٩٦٠ .
- ٦ - إختبار Jackknife ١٩٥٨ .

ونعرض فيما يلي الإختبارات الثلاث الأولى ، وهي شائعة الإستخدام ، غير أنها حساسة إزاء شرط التوزيع الطبيعي وفي حالة عدم توفر شرط التوزيع الطبيعي يفضل إستخدام الإختبارات الأخرى .

٥-٤-١ إختبار هارتلي

قدمه هارتلي Hartley عام ١٩٥٠ ويسمى أيضاً إختبار فم الكبري F_{max} .

إحصاء الاختبار :

(٢١-٥)

$$ص = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{f_j}{n_j}}{\sum_{j=1}^m \frac{f_j}{n_j}}$$

حيث :

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^m \text{أكبر تباين في المجموعات} \\ & \sum_{j=1}^m \text{أقل تباين في المجموعات} \end{aligned}$$

توزيع المعاينة

الإحصاء عالية لا يتبع توزيع ف العادي ، بل يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء هارتلي أو توزيع ف الكبرى (فم) بدرجات حرية م ، ن حيث م عدد المجموعات ، ن عدد المشاهدات بكل مجموعة .

وتوجد جداول خاصة لهذا التوزيع ، وكنموذج لها (جدول - ٢٠) بالجداول الإحصائية المرفقة :

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية م نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$ص > فم (م ، ن) (م)$$

تطبيق (٧-٥)

في دراسة مقارنة لثلاث أنواع من التغذية لتسمين الأغنام تم تخصيص ٩ من الأغنام لكل منها عشوائياً وسجلت الزيادة في الوزن . والمطلوب اختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ١ ٪ إذا علم أن تباين العينات المختلفة كان كما يلي ١٠ ، ٨ ، ٥ .

الحل :

$$ص = \frac{١٠}{٥} = ٢$$

وفي جدول (٢٠) ومراعاة م = ٣ ، ن = ٩ ، م = ١٠ . . .

$$٨,٥ = (١٠,١)(٩,٣)$$

أي لا يوجد دليل على وجود اختلاف في التباين بين أنواع التغذية .

٥-٤-٢ اختبار كوكران*

قدمه كوكران Cochran عام ١٩٤١ ، وهو معد لمعالجة الحالات التي يكون فيها أحد التباينات أكبر بكثير من التباينات الأخرى إذ أن هذه الحالة يكون لها تأثير سلبي على صلاحية تحليل التباين .

(*) يسمى Cochran's Test قميذاً له عن اختبار كوكران لمقارنة النسب المرتبطة

(القسم ٤-٥-٣) حيث يطلق عليه Cochran's Q Test .

إحصاء الاختبار : χ^2

(٢٢-٥)

$$\chi^2 = \frac{\sum \frac{r^2}{n_j}}{\sum n_j}$$

حيث χ^2 هو أكبر تباين في المجموعات

توزيع المعاينة :

الإحصاء χ^2 يعالجه يتبع توزيع خاص يسمى توزيع إحصاء كوكران (ك.م.ن) - ولهذا التوزيع جداول لتسهيل الحصول على القيم الحرجة ، انظر جدول - ٢١ بالجدول الإحصائية المرفقة ، وهي تعرض المئينات ٩٥ ، ٩٩ ، والحالة تساوي درجات الحرية (د) للتباينات في كل المجموعات .

قاعدة القرار :

بمستوى معنوية α نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$\chi^2 > \chi^2_{\alpha, d} \quad (١-٦)$$

تطبيق (٨-٥)

استخدم اختبار كوكران لإجابة المطلوب في التطبيق (٥ - ٧) .

الحل :

$$\chi^2 = \frac{10}{10 + 8 + 5} = 0.435$$

من جدول ٢١ ، ك.٣.٨ (٠.٩٩) = ٠.٦٣٣٣ .

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات في المجموعات الثلاث .

٥-٤-٣ اختبار بارتلت

قدمه بارتلت Bartlett عام ١٩٣٧ ، ويطلق عليه أيضاً اختبار كا^٢ - لتجانس التباينات .

إحصاء الاختبار

$$\text{ص} = \text{ص} / \text{ت} \quad (٢٣-٥)$$

حيث :

ص الإحصاء المصحح Corrected Statistic

ص الإحصاء غير المصحح

$$\text{ص} = ٢,٣٠٢٦ \quad (\text{لوع}^٢ \text{مجد} - \text{مجد لوع}^٢) \quad (٢٤-٥)$$

$$\text{ع}^٢ = \text{مجد ع}^٢ / \text{مجد} \quad (٢٥-٥)$$

لو تعني اللوغاريتم للأساس ١٠

$$\text{ت} = ١ + (\text{مجد} / \text{د} - ١ / \text{مجد}) / ٣ (م - ١) \quad (٢٦-٥)$$

والمقدار (ت) هو معامل التصحيح ويقترب من الواحد الصحيح ويمكن تجاهله إلا في الحالات التالية :

١ - عندما تقع قيمة الإحصاء غير المصحح أعلى بقليل من القيمة الحرجة.

- ٢ - عندما يراد الحصول على تقدير دقيق عن مستوى المعنوية الحقيقي .
وفي حالة تساوي حجوم العينات في المجموعات تصبح المقادير ص ، ع ،
ت كما يلي :

$$\text{ص} = ٢,٣.٢٦ \text{ د (م لوع}^{-٢} - \text{مجلوع}^{-٢}) \quad (٢٧-٥)$$

$$\text{ع}^{-٢} = \text{مجلوع}^{-٢} / \text{م} \quad (٢٨-٥)$$

$$\text{ت} = ١ + (١ + \text{م}) / ٣ \text{ دم} \quad (٢٩-٥)$$

توزيع المعاينة

الإحصاء ص أعلاه يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١ .

قاعدة القرار

بمستوى معنوية م نرفض فرض تساوي التباينات إذا كان :

$$\text{ص} < \text{كا}^{-٢}_{١-\alpha} \quad (١-٥)$$

تطبيق (٩-٥)

في أحد البحوث الزراعية تم إجراء تجربة لإنتاج الأرز تحت ثلاث معاملات مختلفة لدرجة الحرارة وكان حجم العينة المستخدم في كل معاملة ٢٠ وقد تم قياس الناتج ويتمثل في إرتفاع النبات بالسنتيمتر . والمطلوب إختبار فرض تساوي التباينات بمستوى معنوية ٥ ٪ علماً بأن التباين المحسوب من العينات كان على التوالي ١١,٥ ، ١٧,٧ ، ١٠,١ .

الحل :

درجات الحرية د = ٢٠ - ١ متساوية في كل المجموعات ، لذا نستخدم الصيغ (٢٧-٥) إلى (٢٩-٥)

$$\chi^2 = 3 / (10.1 + 17.7 + 11.5) = 13.1$$

$$\text{ص} = 2.3026(19) - 3 \text{ لو } 13.1 - (10.1 + 17.7 + 11.5) \text{ لو } 10.1$$

$$+ 1.248 + (1.117 - 1.61) = 1.662$$

$$1.662 = (1.04$$

وبالرجوع لجدول ٥ بالجداول الإحصائية المرفقة نجد أن $\chi^2_{(0.05)} = 3.84$ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم (التباينات متساوية) .

تطبيق (١٠-٥)

في تجربة لمقارنة أربعة طرق لتدريب العمال ، تم الحصول على البيانات التالية وهي تمثل إنتاج العمال في كل عينة . المطلوب اختبار فرض تجانس التباينات في المجموعات بمستوى معنوية ٥ % .

٣٥	٥٠	٤٥	٦٣	٥٢	٧٨	٦٩	٦٠	المجموعة (١)
			٥٠	٤٧	٣٣	٤٢	٤٦	المجموعة (٢)
			٧٥	٥٧	٥١	٤٢	٣٩	المجموعة (٣)
		٣٣	٥٣	٧٥	٦٧	٤٨	٤٩	المجموعة (٤)

الحل :

المجموعة	د	ع	د ع	لوع	د لوع	د/ل
١	٧	١٩٠.-	١٣٣٠.-	٢,٢٧٨٧٥	١٥,٩٥١٢٥	٠,١٤٢٨
٢	٤	٤٣,٣	١٧٣,٢	١,٦٣٦٤٩	٦,٥٤٥٩٦	٠,٢٥٠
٣	٤	٢٠٥,٢	٨٢٠,٨	٢,٣١٢١٨	٩,٢٤٨٧٢	٠,٢٥
٤	٥	٢٢٢,٦	١١١٣,٠	٢,٣٤٧٥٣	١١,٧٣٧٦٥	٠,٢
	٢٠		٣٤٣٧		٤٣,٤٨٣٥٨	٠,٨٤٢٨

$$١٧١,٨٥ = ٢٠ / ٣٤٣٧ = ع^{-٢}$$

$$ص = ٢,٣٠٢٦ (لر ١٧١,٨٥ مجد - ٤٣,٤٨٣٥٨)$$

$$٢,٨٠٨ = (٤٣,٤٨٣٥٨ - (٢٠) \cdot (٢,٢٣٥١٥)) ٢,٣٠٢٦ =$$

$$٧,٨١٥ = (٠,٩٥) ع^{-٢} \text{ من جدول ٥ نجد أن : كا } ع^{-٢}$$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض تساوي التباينات .

ملحوظة : بهذه النتائج لا يوجد مبرر لإستخدام معامل التصحيح

(٢٦-٥) غير أننا سنجري التصحيح لإستكمال خطوات

الحساب في الحالات التي تتطلب ذلك .

$$١,٠٨٨ = (١ - ٤) ٣ / (٢٠ / ١ - ٠,٨٤٢٨) + ١ = ت$$

$$٢,٥٨١ = ١,٠٨٨ / ٢,٨٠٨ = ص$$

الباب السادس

الإستقراء حول معاملات الارتباط

نعرض في هذا الباب مجموعة من أساليب الإستقراء حول معاملات الارتباط وهي مقسمة تبعاً لما يلي :

١ - الهدف من الإستقراء : إختبار فرض أو تقدير .

٢ - مستوى القياس للمتغيرات .

٣ - عدد المعاملات محل الإستقراء .

١-٦ الإستقراء حول معامل ارتباط وحيد

١-١-٦ الارتباط بين متغيران كميان

نعرض فيما يلي إجراءات إختبار الفرض حول معامل ارتباط المجتمع (ر)
وبلي ذلك إجراءات تقدير معامل الارتباط في المجتمع .

١-١-٦-١ إختبار بيرسون

هذا الإختبار موجه لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود ارتباط وهذا
الفرض يكون محل إهتمام الكثير من الباحثين خاصة في البحوث الإستكشافية
أو الإستطلاعية . ويعتبر هو الإختبار الأصلي Exact حيث يستخدم توزيع
معامل ارتباط بيرسون .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية من الأزواج (س ، ص) .

٢ - المتغيران (س ، ص) يتبعان التوزيع الطبيعي الثنائي bivariate normal .

الفروض :

ف. : $r = \text{صفر}$

ف١ : (أ) $r < \text{صفر}$ أو

(ب) $r > \text{صفر}$ أو

(ج) $r \neq \text{صفر}$

إحصاء الاختبار

(١-٦)

$r = \text{ص}$

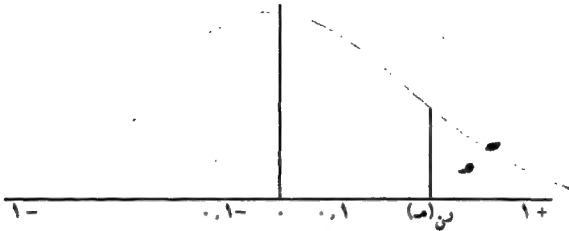
وهو معامل ارتباط* بيرسون (ر) المحسوب من العينة كما هو موضح بالصيغة (١-٦) .

توزيع المعاينة :

الإحصاء (ر) له توزيع معاينة خاص يسمى توزيع معامل ارتباط بيرسون وباعتبار الفرض بأنه معامل الارتباط في المجتمع $r = \text{صفر}$ يكون هذا التوزيع

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

متماثلاً ويبدو شكله كما يلي ، وذلك لحجم عينة معين (ن) .



وهذا التوزيع له جداول خاصة (جدول - ١٥) بالجداول الإحصائية المرفقة - وهو يعرض القيم الحرجة عند مستويات المعنوية (هـ) ٠.٠٥ ، ٠.٠٢٥ ، ٠.٠٠٥ .

قاعدة القرار :

باعتبار أن مستوى المعنوية (م) ، نرفض فرض العدم حسب القواعد التالية وهي تختلف تبعاً للفرض البديل :

- (أ) نرفض إذا كان : $و < (م)$
- (ب) نرفض إذا كان : $و > (م)$
- (ج) نرفض إذا كان : $|و| > (م/٢)$

والصيغة الأخيرة تكافئ: الرفض في حالة :

$$r < (r/m) \quad \text{و}$$

$$\text{أو} \quad r > - (r/m) \quad \text{و}$$

تطبيق (٦-١)

في دراسة للعلاقة بين الأجر والإنتاج قام أحد الباحثين بسحب عينة عشوائية من العمال حجمها ٣٠٠ ووجد أن معامل ارتباط بيرسون ٠,٣٢ ، والمطلوب اختبار الفرض بعدم وجود ارتباط بين المتغيرين في المجتمع وذلك بمستوى معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$$H_0 : r = \text{صفر}$$

$$H_1 : r \neq \text{صفر}$$

$$\text{من جدول } 15 \text{ نجد أن } r_{(0,025)} = 0,361 .$$

وحيث أن $r = 0,32$ إذن لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين المتغيرين .

تطبيق (٦-٢)

باستخدام البيانات الواردة في التطبيق السابق ، المطلوب اختبار فرض عدم وجود ارتباط - إذا كان الباحث يفترض وجود ارتباط طردي .

الحل :

ف. ر = صفر ، ف. ر : ر < صفر

الإختبار في هذه الحالة يعتبر في جانب واحد ، - بالرجوع لجدول - ١٥ نجد
أن ر. م (٠,٠٥) = ٣,٠٦ . . .

وحيث أن ر المحسوبة من العينة ٣,٣٢ . لذا نرفض فرض العدم ونقبل الفرض
البديل والذي يقضي بوجود معامل إرتباط طردي بين الأجر والإنتاج .

إختبارات

يمكن أيضاً إختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط بالإجراءات
التالية :

إحصاء الإختبار :

$$\chi^2 = \frac{\sum \frac{(f_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}}{\text{د.ح.}} \quad (٢-٦)$$

توزيع المعاينة :

الإحصاء أعلاه يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ وذلك بإفتراض أن ص ،
ص يتبعان التوزيع الطبيعي وأن ر = صفر .

قاعدة القرار :

نفس الإجراءات المستخدمة مع اختبار - ت والسابق عرضه في القسم (٣-١-٢-٢) .

تطبيق (٣-٦)

المطلوب استخدام اختبار - ت - لإختبار الفرض الوارد بالتطبيق (٦-١) .

الحل :

$$ص = ٠,٣٢ = \sqrt{\frac{٢ - ٣٠}{٢(٠,٣٢) - ١}} = ١,٧٨٧$$

$$ت_{٢٨} (٠,٩٧٥) = ٢,٠٤٨$$

لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين الأجر والإنتاج .

إختبار الفرض حول قيمة معامل الارتباط

في حالة رفض فرض العدم $r =$ صفر فإن الإهتمام يتجه نحو فرض قيمة معينة r . لمعامل الارتباط . وفي هذه الحالة فإن توزيع (r) لا يكون متماثلاً ويتم تحويله باستخدام تحويل فيشر Fisher's transforation .

الفروض :

$$ف. ر : ر = ر.$$

$$ف. ر : ر < ر. أو$$

$$ر > ر. أو$$

$$ر \neq ر.$$

إحصاء الاختبار

$$ص = \sqrt{3 - ن} \left(\frac{1}{2} - \frac{ر + 1}{ر - 1} \right) - \frac{1}{2} - \frac{ر + 1}{ر - 1} \left(\frac{ر + 1}{ر - 1} \right) \quad (3-6)$$

حيث لو هو اللوغاريتم الطبيعي أساسه ٢,٧١٨٣ ، ر ، ر. هي معامل الارتباط المحسوب من العينة والمعامل المفترض على الترتيب ويمكن إختصار الصيغة أعلاه لتصبح :

$$ص = \sqrt{1,١٥١٣} \sqrt{3 - ن} \left(\frac{ر + 1}{ر - 1} \right) - \frac{ر + 1}{ر - 1} \left(\frac{ر - 1}{ر + 1} \right) \quad (4-6)$$

حيث لو ترمز للوغاريتم المعتاد أساسه ١٠ .

توزيع المعاينة :

الإحصاء أعلاه يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

قاعدة القرار :

نفس الإجراءات المستخدمة مع الإختبار الطبيعي والسابق عرضه في القسم
(١-٢-١-٣) .

تطبيق (٤-٦)

تدعي إحدى دور النشر بوجود ارتباط طردي قدره ٠,٦ على الأقل بين
سعر الكتاب وعدد صفحاته . ولتأييد ذلك قامت بسحب عينة من ٢٨ كتاب
ووجدت أن معامل الارتباط ٠,٧ . والمطلوب إختبار فرض دور النشر بمستوى
معنوية ٠,٠٥ .

الحل :

$$٠,٦ = r$$

$$٠,٦ < r$$

$$ص = \sqrt{١ - ٢٨} \sqrt{١,١٥١٣} = \frac{٠,٧ + ١}{٠,٧ - ١} \left(\frac{٠,٦ - ١}{٠,٦ + ١} \right) = ٠,٨٧١$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٩٥) = ١,٦٥

لا نستطيع رفض الفرض العدم .

٦-١-٣ تقدير معامل ارتباط بيرسون

يعتبر معامل ارتباط بيرسون المحسوب من العينة تقديراً بقيمة لمعامل الارتباط بالمجتمع . وللحصول على تقدير بفترة بدرجة ثقة ١-٠ نستخدم الصيغة التالية ، وهي تعطي حدي الثقة (٢ ، ١) لمعامل الارتباط في المجتمع .

$$(٢, ١) = ١ - \sqrt{(٢/٠ - ١) / (٣ - ١)} \quad (٥-٦)$$

حيث : ف (س) هو مقدار تحويل فيشر للقيمة س ،

١- ف هي الدالة العكسية للدالة ف ،

$$١-٦) \quad \text{ف(س)} = ١,١٥١٣ \text{ لو } \frac{١+س}{١-س}$$

حيث لو هو اللوغاريتم المعتاد ، أساسه ١٠ .

وهذه القيم يمكن الحصول عليها مباشرة من جدول - ١٤ (تحويل فيشر) .

تطبيق (٥-٦)

عينة عشوائية حجمها ١٢ سحبت من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي ، وبحساب معامل الارتباط وجد أنه ٠,٦ . والمطلوب تقدير معامل الارتباط في المجتمع بدرجة ثقة ٩٥ ٪ .

الحل :

نستخدم الصيغة (٥-٦)

$$\text{حدي الثقة} = \bar{y} \pm (f) (s) / \sqrt{n-1}$$

$$= ١٠.٩٦ \pm ٠.٦٩٣١ (٣)$$

$$= ١٠.٦٥٣ \pm ٠.٦٩٣١$$

$$= ١٠.٤٠ \pm ٠.٦٩٣١$$

$$= ١٠.٨٨ \pm ٠.٦٩٣١$$

تطبيق (٦-٦)

باستخدام البيانات الواردة بالتطبيق السابق ، المطلوب تقدير معامل الارتباط في المجتمع بمستوى ثقة ٩٥ ٪ إذا كان حجم العينة ٣٩ .

الحل :

$$\text{حدي الثقة} = \bar{r} \pm (f) (s_r) / \sqrt{n-2}$$

$$= ٠.٣٢٧ \pm ٠.٦٩٣١ (٣)$$

$$= ٠.٢٠ \pm ٠.٦٩٣١$$

$$= ٠.٧٧ \pm ٠.٦٩٣١$$

٦-١-٢ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (إختبار سبيرمان)

قدمه سبيرمان عام ١٩٠٤ لإختبار فرض الإستقلال بين متغيرين .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية حجمها n من القيم لمتغير ثنائي (س ، ص) .

٢ - مستوى القياس ترتيبى .

الفروض :

نفس الفروض الواردة في إختبار بيرسون (٦-١-١) .

إحصاء الإختبار

(٦-٧)

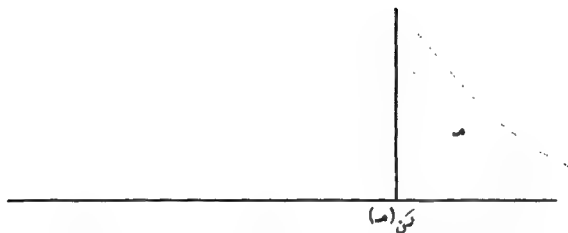
$r_s =$

وهو معامل إرتباط* سبيرمان المحسوب من العينة ، كما هو وارد في الصيغة (٦-٧) .

توزيع المعاينة :

الإحصاء (r_s) أعلاه يتبع توزيع خاص (جدول - ١٦) يسمى توزيع معامل إرتباط سبيرمان .

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .



قاعدة القرار

نفس الإجراءات الموضحة في اختبار بيرسون ، بإستخدام r بدلاً من r_n .

القيود :

في حالة وجود قيود Ties أو قيم مكررة فإنه يلزم إستخدام معامل للتصحيح* ، ويمكن إهماله في حالة ما إذا كانت القيود قليلة .

إختبارات

يمكن إستخدام إختبار - ت السابق تقديمه في القسم (١-١-١-٦) لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط وذلك بإستخدام r بدلاً من r_n ، وهذا الإختبار يعطي نتائج تقريبية ذلك لأن إفتراض التوزيع الطبيعي المطلوب في إختبارات لا يتحقق بالنسبة للرتب ، وعلى أي حال فإن التقريب يكون كافياً إذا كان حجم العينة أكبر من ١٠ .

تطبيق (٧-٦)

في دراسة لأحوال الأسرة في أحد المجتمعات قام أحد الباحثين بسحب عينة من عشرة أسر ، وبحساب معامل ارتباط سبيرمان بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة وجد أنه ٠.٨٣ . والمطلوب اختبار فرض الباحث بوجود ارتباط طردي بين المتغيرين وذلك بمستوى معنوية ٥ % .

الحل :

$$F : R = \text{صفر}$$

$$F_1 : R < \text{صفر}$$

من جدول - ١٦ نجد أن $R_1 = (0.05) = 0.052$.

وحيث أن R المحسوبة ٠.٨٣ ، نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود ارتباط طردي بين الحالة التعليمية للزوج والزوجة .

تطبيق (٨-٦)

المطلوب حل السؤال السابق بإستخدام اختبار - ت .

الحل :

بإستخدام الصيغة (٧-٦) مع وضع R بدلاً من r .

$$ص = 0.83 = \frac{\sqrt{2-1}}{\sqrt{(0.83)^2 - 1}} = 4.209$$

من جدول - ٣ ، ت (٠,٩٥) = ١,٨٦٠

وحيث أن قيمة ص أكبر من ١,٨٦٠ نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل .

٦-٣-١ الارتباط بين متغيران ترتيبيان (معامل جاما)

معامل جاما تم عرضه بإختصار* في الباب الأول .

٦-٣-١-١ إختبار جاما

يستخدم لإختبار الفرض بأن معامل الارتباط في المجتمع يساوي قيمة معينة .

الافتراضات :

١ - عينة عشوائية بسيطة .

٢ - مستوى القياس ترتيبى .

الفروض :

ف : جا = جا .

ف١ : جا < جا . أو

ف٢ : جا > جا . أو

جا ≠ جا .

(*) لمزيد من التفاصيل والتطبيقات راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات، للمؤلف.

إختبار الإختبار

$$(A-6) \quad \sqrt{\frac{x+1}{n(1-p)}} = (j_a - j_b) \quad (j_a - j_b)$$

وهذه الصيغة قدمها العالمان وكروسكال عام ١٩٦٣ .

توزيع المعاينة

الإحصاء أعلاه يتبع تقريباً التوزيع الطبيعي المعياري ، ويكون التقريب كافياً إذا كان حجم العينة :

$$(9-6) \quad n \leq 10$$

قاعدة القرار

تستخدم إجراءات ماثلة لما يتبع في الإختبار الطبيعي (راجع القسم ١-٢-١-٣) .

تطبيق (٩-٦)

أختبر فرض وجود إرتباط محسوس بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة ، وذلك بمستوى معنوية ١ ٪ بإستخدام التوزيع التالي :

متوسط	منخفض	مرتفع	معدل الجريمة / مستوى العقوبة
٢	١٣	٤	شديد
٦	٩	١٠	متوسط
٤	٧	٣٠	خفيف

الحل :

ف. : جا \leq صفر

ف. : جا $>$ صفر

$$أ = ٢٨٨ ، خ = ١٢١٦$$

$$جا = \frac{١٢١٦ - ٢٨٨}{١٢١٦ + ٢٨٨} = -٠,٦٢$$

$$ص = \sqrt{(-٠,٦٢ - ٠)^2 \cdot \frac{١٢١٦ + ٢٨٨}{[٢(-٠,٦٢ - ١)^2] ٨٥}} = ٣,٣٢٤$$

من جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,١) = - ط (٠,٩٩) = -٢,٣٣ ، وبذلك نرفض فرض العدم ونقبل الفرض البديل والذي يقضي بوجود إرتباط عكسي بين معدل الجريمة ومستوى العقوبة .

٦-٣-٢ تقدير معامل إرتباط جاما

يمكن تقدير فترة ثقة لمعامل إرتباط جاما في المجتمع بدرجة ثقة ١-٠ م ، ويكون حدي الثقة (جا١ ، جا٢) كما يلي :

$$(١٠-٦) \quad (جا١ ، جا٢) \equiv جا \pm ل \sigma جا$$

$$(١١-٦) \quad \text{حيث } \sigma جا = \sqrt{\frac{٥(١-جا٢)}{١+خ}}$$

ل معامل الثبات ، نحصل عليه من التوزيع الطبيعي وهو يعتمد على درجة الثقة .

تطبيق (١٠-٦)

أوجد فترة ثقة ٩٥ ٪ لمعامل ارتباط جاما بإستخدام البيانات الواردة في التطبيق (٩-٦) .

الحل :

$$\sigma_{جا} = \sqrt{\frac{[٢(.,٦٢) - ١] ٨٥}{١٢١٦ + ٢٨٨}} = .,١٨٦$$

$$\text{حدي الثقة} = .,٦٢ \pm .,١٨٦$$

$$= .,٣٦٥ \pm .,٦٢$$

$$= (.,٩٨٥ - .,٢٥٥)$$

٦-١-٤ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل كرامير)

إختبار معنوية معامل ارتباط كرامير يستخدم إختبار كا^٢ .

وينطبق ذلك أيضاً على الكثير من معاملات الارتباط التي تستخدم لنفس الفرض مثل معامل التوافق لبيرسون Contingency Coefficient ومعامل فاي Phi ومعامل تشيرو Tschuprow .

٦-١-٤-١ اختبار كا^٢

قدمه عالم الإحصاء بيرسون K. Pearson عام ١٩٠٠ ويستخدم لإختبار فرض الإستقلال أو عدم وجود إرتباط ، وقد سبق عرض هذا الإختبار في مناسبات مختلفة من هذا الكتاب ، ويمكن الرجوع للقسم (٢-٣-١) لمزيد من الإيضاح ولتابعة الصيغ والرموز المستخدمة .

الإفتراضات :

- ١ - مستوى القياس إسمي .
 - ٢ - المعاينة عشوائية بسيطة .
 - ٣ - المشاهدات مستقلة عن بعضها .
- لا توجد قيود على حجم التكرارات المشاهدة ، بينما يشترط أن لا تكون التكرارات المتوقعة صغيرة ، والرأي الغالب هو أن لا يقل التكرار المشاهد عن ٥ ، وفي حالة وجود تكرارات متوقعة صغيرة يمكن دمج الفئات مع بعضها حتى تزيد التكرارات المتوقعة إلى الحجم المطلوب .

تطبيق (٦-١١)

في دراسة تجريبية لأنواع العلاج المختلفة وتأثيرها على حالة المريض تم إعداد التوزيع التالي . والمطلوب إختبار الفرض بعدم وجود إرتباط بين العلاج والنتيجة بمستوى معنوية ١ ٪ .

النتيجة \ العلاج	أ	ب	ج	
تحسن	٤٧	٥٢	٣٢	١٣١
لم يتغير	٢٩	٢٢	٣٣	٨٤
أسوأ	٦	٣	١٦	٢٥
	٨٥	٧٧	٨١	٢٤٠

الحل :

توجد التكرارات المتوقعة باستخدام الصيغة (١٣-٢) وهى كما يلي :

٤٤,٨	٤٢	٤٤,٢
٢٨,٧	٢٧	٢٨,٤
٨,٥	٨	٨,٤

توجد قيمة χ^2 باستخدام الصيغة (١٢-٢) .

$$١٨,٢٧ = \frac{\chi^2(٨,٤ - ١٦)}{٨,٤} + \dots\dots\dots + \frac{\chi^2(٤٤,٨ - ٤٧)}{٤٤,٨} = \chi^2$$

من جدول ٥ ودرجات حرية $٢ \times ٢ = ٤$ نجد أن $\chi^2(٠,٩٩) = ١٣,٢٨$ وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضى بعدم وجود ارتباط .

٦-١-٤-٢ اختبار ييتز - كا^٢

في حالة الجداول التكرارية 2×2 يمكن حساب كا^٢ باستخدام الصيغة (٣٧-٤) . ولاحظ أننا لا نستطيع دمج الفئات في حالة ما إذا كانت التكرارات المتوقعة صغيرة . ويمكن التخلص من هذه المشكلة بزيادة حجم العينة وفي حالة عدم إمكان ذلك نستخدم تصحيح ييتز Yates ، حيث أدخل عام ١٩٣٤ تحسيناً على صيغة كا^٢ بإضافة معامل تصحيح الإستمرارية ، وقد سبق عرضه في (٣٨-٤) أو (٣٩-٤) وبهذا التصحيح يكون التقريب جيداً ، غير أن ذلك يشترط أن يكون عدد المشاهدات كبيراً (٥٠ فأكثر) .

تطبيق (٦-١٢)

في دراسة للعلاقة بين اليد المستخدمة في الكتابة (اليمنى أو اليسرى) والعين الأقوى إبصاراً (اليمنى أو اليسرى) تم سحب عينة عشوائية من ٦٠ شخص ، ونظمت البيانات كما في الجدول التالي . والمطلوب اختبار فرض وجود ارتباط بين التغيرين بمستوى معنوية ٥ ٪ .

	اليسرى	اليمنى	اليد / العين
			اليمنى اليسرى
٣٨	١٢	١٦	
٣٢	٢٤	٨	
٦٠	٣٦	٢٤	

الحل :

باستخدام الصيغة (٣٨-٤) .

$$\chi^2_{3,8} = \frac{2(2/60 - |12 \times 8 - 24 \times 16|)60}{22 \times 28 \times 36 \times 24} = 2.8$$

من جدول ٥ نجد أن $\chi^2_{3,8} = (0.95)$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض الاستقلال أو عدم وجود ارتباط بين اليد المستخدمة في الكتابة واليمين الأكثر إحصاءاً .

لاحظ أن تطبيق اختبار χ^2 بدون تصحيح بيتز يعطي نتيجة مخالفة لذلك ، ولذا ينصح باستخدام تصحيح بيتز في الجداول 2×2 بصفة دائمة طالما أن عدد المشاهدات أكبر من ٥٠ .

٦-١-٤-٣ اختبار فيشر

إذا كان عدد المشاهدات أقل من ٥٠ فإن تصحيح بيتز لا يعطي نتائج دقيقة . وهنا يجب استخدام اختبار فيشر الأصلي Fisher's exact Test وقد سبق عرضه بالقسم (٤-٢-١) .

٦-١-٥ الارتباط بين متغيران إسميان (معامل لامدا)

معامل ارتباط لامدا * (λ) يوضع الدرجة التي يمكن بها تقدير المتغير التابع (ص) من المتغير المستقل أو المقدّر (س) ، ويستخدم معامل الارتباط في العينة (لص س) حسب الصيغة (١-١٦) كإحصاء عند اختبارات الفروض حول معامل ارتباط المجتمع (λ) ، إذا كان حجم العينة كبيراً (٥٠ فأكثر) .

إختبار الفرض : ف . : $\lambda = \text{صفر}$

نقبل ف . إذا كانت قيمة ل = صفر ونرفض إذا كانت قيمة ل \neq صفر .

إختبار الفرض : ف . : $\lambda = ١$

نقبل ف . إذا كانت ل = ١ ونرفض إذا كانت ل $\neq ١$.

إختبار الفرض : $\lambda = \text{ل}$.

إختبار الفرض $\lambda = \text{ل}$. حيث $١ < \text{ل} < ١$. نستخدم الإحصاء التالي وهو

يتبع التوزيع الطبيعي المعياري .

$$(١٢-٦) \quad \frac{\sum (\lambda - \lambda_v)^2}{\sum (\lambda - \lambda_v)^2 + \sum (\lambda_v - \lambda_v)^2} \sqrt{(ل - ل_v)} = \text{ص}$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

حيث \sum_k تمثل مجموع تكرارات الفئات المتوالية المتواجدة بالصف (أ أو العمود الذي يمثل الفئة المتوالية للمتغير ص .

تطبيق (٦-١٣)

في دراسة لأحوال العمل ، قام أحد الباحثين بإعداد التوزيع التالي وهو يعرض العلاقة بين التخصص العلمي والتخصص الوظيفي ، والمطلوب اختبار الفرض بأن معامل ارتباط لامدا في المجتمع هو ٠.٥ وذلك بمستوى معنوية ١٪ .

التخصص العلمي والتخصص الوظيفي

	التخصص الوظيفي					التخصص العلمي
	إداري	إجتماعي	هندسي	أخرى		
إدارة	٣٦٠	٤٠	٠	٠	٤٠٠	
علوم إجتماعية	١٩٠	٢٠	٤٠	٥٠	٣٠٠	
قانون	١٢٥	٥	٠	٠	١٣٠	
هندسة	٤	١٣٠	٠	٦	١٤٠	
أخرى	٢١	٥	٠	٤	٣٠	
	٧٠٠	٢٠٠	٤٠	٦٠	١٠٠٠	

الحل :

$$\text{لص س} = \frac{\text{مرك}^{\text{أ}} - \text{ك}^{\text{أ}} \text{ص}}{\text{ن} - \text{ك}^{\text{أ}} \text{ص}} \quad , \quad \text{من (١٦-١)}$$

$$\text{مرك}^{\text{أ}} = ٥٨٠ = ٥٠ + ٤٠ + ١٣٠ + ٣٦٠$$

$$\text{لص س} = \frac{٤٠٠ - ٥٨٠}{٤٠٠ - ١٠٠٠} = ٠,٣٠$$

$$\text{إختبار الفرض} = \text{لص س} = ٠,٥٠$$

$$\text{ص} = ٠,٥ - ٠,٣ = \sqrt{\frac{٣(٤٠٠ - ١٠٠٠)}{[(٣٦٠)٢ - ٤٠٠ + ٥٨٠] (٥٨٠ - ١٠٠٠)}} = ٨,٩$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي ، ط (٠,٠٠٥) = - ط (٠,٩٩٥)

= - ٢,٥٨ وبذلك نرفض فرض العدم واعتبار أن معامل الارتباط في المجتمع أقل من ٠,٥٠

٦-١-٦ معامل الارتباط الرباعي

يستخدم لقياس الارتباط بين متغيرين كل منهما ثنائي ويتضمن صفة الاستمرار ويتبع التوزيع الطبيعي ويتم حسابه من جدول 2×2 :

ب	أ
د	ج

بالصيغة التالية والسابق عرضها بالفصل الأول * (١٧-١) .

$$r_b = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}} \quad ١٨٠$$

وتعد هذه الصيغة تقريب للصيغة الأصلية إذا كان حجم العينة كبيراً ، كما أن التقسيم لكلا المتغيران يجب أن يكون قريباً من ٥٠ ، ٥٠ .
لإختبار الفرض $r_b = 0$ فإننا نستخدم الإحصاء .

$$Z = \frac{r_b - 0}{\sigma_{r_b}} \quad (١٣-٦)$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

وهو يقترب من التوزيع الطبيعي بزيادة حجم العينة . حيث σ_r^+ هو الخطأ المعياري لمعامل الارتباط الرباعي ، وصيغته معقدة جداً ويمكن إستخدام الصيغة التقريبية التالية :

$$\frac{\sqrt{\frac{ق ق' ك ك'}{ن}}}{\sqrt{1 - 1/ن}} = \sigma_r^+ \quad (٦-١٤)$$

ويمكن توضيح الرموز بالشكل التالي :

	ق	ق'	ك
ق	أ	ب	
ك	ج	د	
	ن		

حيث :

ق نسبة التكرارات (أ+ب) للتكرار الكلي (ن)

ق' نسبة التكرارات (أ+ج) للتكرار الكلي (ن)

ك = ١ - ق

$$ك' = ١ - ق'$$

أ = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق ، ك .

أ' = إرتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند النقطة التي ينقسم بها التوزيع الطبيعي بنسبة ق' ، ك' .

تطبيق (٦-١٤)

في إحدى الدراسات ، تضمنت إستمارة البحث السؤالين التاليين :

سؤال (١) هل تستمتع بتعارفك بمعظم الناس ؟

سؤال (٢) هل تفضل العمل مع الآخرين أكثر من أن تعمل منفرداً ؟

وقد تم تنظيم إجابات العينة في التوزيع التالي :

	لا	نعم	سؤال (١) / سؤال (٢)
			نعم / لا
٥٤١	١٦٧	٣٧٤	نعم
٢٨٩	٢٠٣	١٨٦	لا
٩٣٠	٣٧٠	٥٦٠	

المطلوب إختيار فرض عدم وجود إرتباط بين المتغيرين محل القياس بمستوى معنوية ١ % .

الحل :

ف. : لا يوجد إرتباط بين المتغيرين .

ف١ : يوجد إرتباط .

الحل :

$$ك = ٠,٤١٨ \quad ق = \frac{٥٤١}{٩٣} = ٥,٨٢$$

$$ك' = ٠,٣٩٨ \quad ق' = \frac{٥٦٠}{٩٣} = ٦,٠٢$$

ومن جدول التوزيع الطبيعي نجد أن $أ = ٠,٣٩٠$ ، $أ' = ٠,٣٨٦$.

$$ر = جتا (\frac{١٨٠}{\sqrt{أ د / ب ج}} + ١)$$

$$= جتا (\frac{١٨٠}{\sqrt{(١٨٦)(١٦٧) / (٢٠٣)(٣٧٤)}} + ١)$$

$$= جتا ٧٠,٢٤ = ٠,٣٣٨$$

$$\frac{\sqrt{ق ق' ك ك'}}{\sqrt{١١}} = \text{عز} +$$

$$٠,٠٥٣ = \frac{(-٠,٣٩٨)(٠,٤١٨)(٠,٦٠٢) (-٠,٥٨٢)\sqrt{}}{٩٣ \cdot \sqrt{(٠,٣٨٦)(٠,٣٩)}}$$

$$٦,٣٧٧ = \frac{٠,٣٣٨}{٠,٠٥٣} = \text{ص}$$

وحيث أن قيمة الإحصاء المشاهد أكبر من ط (٠,٩٩٥) = ٢,٥٨ ، لذا نرفض فرض العدم .

٦-١-٧ معامل إرتباط السلسلتان Biserial

يستخدم لقياس الإرتباط بين متغيرين أحدهما كمي والآخر إسمي - ويفترض أنه مستمر أصلاً ويتبع التوزيع الطبيعي .

وقد سبق عرض صيغة هذا المعامل في الباب الأول* (صيغة ١-١٨) .

وإذا كان حجم العينة كبير ، وكلا من ق ، ك ليست صغيرة ، أي ق ، ك ≤ ٠,١ فإن الإحصاء .

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

(١٥-٦)

$$\frac{r - r_0}{\sigma_r} = \text{ص}$$

يقرب من التوزيع الطبيعي ، حيث

r_0 هو معامل ارتباط السلسلتان في المجتمع .

(١٦-٦)

$$\frac{\sqrt{1 - r^2}}{\sigma_r} = \sigma_r$$

تطبيق (١٥-٦)

في بحث لإيجاد العلاقة بين مستوى القلق ومستوى التحصيل تم الحصول على البيانات التالية حيث تم التعبير عن مستوى القلق بقيمتان فقط (كبير ، صغير) .

والمطلوب إختبار فرض عدم وجود ارتباط بين مستوى القلق ومستوى التحصيل بمستوى معنوية ٥ % .

مستوى القلق	مستوى التحصيل
كبير	٨٧
كبير	٧٦
كبير	٧٣
كبير	٨٢
كبير	٨٤
كبير	٨٦

مستوى التحصيل	مستوى القلق
١٠٠	صغير
٩٧	صغير
٧٨	صغير
١٠٠	صغير
٦٦	صغير
٩٥	صغير
٨٠	صغير
٩٩	صغير
١٠٠	صغير

الحل :

ف. : $R = \text{صفر}$ ، ف. : $1 \neq R$: $R \neq \text{صفر}$

نعتبر أن (١ ، ٠) تعبر عن مستوى القلق (كبير ، صغير) .

$$\bar{X}_1 = 81,333 \quad \bar{X}_2 = 86,866$$

$$Q = 15/6 = 2,5 \quad K = 6,0$$

$$A = 386 \quad \sigma = 10,763$$

ومن الصيغة (١٨-١)

$$R = \frac{Q}{1} \times \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{\sigma}$$

$$0,523 = \frac{2,5}{6,0} \times \frac{86,866 - 81,333}{10,763} =$$

وباستخدام الصيغة (١٦-٦)

$$0.328 = \frac{0.000386 / \sqrt{0.6 \times 0.4}}{\sqrt{10}} = 0.328$$

$$1.625 = \frac{0.000323}{0.328} = \text{ص}$$

ومن التوزيع الطبيعي : ط (٠.٩٧٥) = ١.٩٦

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم .

تطبيق (١٦-٦)

في دراسة للعلاقة بين التدريب والإنتاجية تم إعداد التوزيع التالي وهو يعرض الإنتاج لمجموعتين من العمال ، الأولى مدربة ، والثانية غير مدربة (لم تستكمل برنامج التدريب) والمطلوب اختبار فرض عدم وجود ارتباط بين التدريب والإنتاجية بمستوى معنوية ١ % .

المجموع ك	المجموعة غير المدربة	المجموعة المدربة ك	الإنتاج
١٧	١٦	١	٦٠ - ٥٥
٢١	٢١	٠	٦٥ - ٦٠
٢٠	١٩	١	٧٠ - ٦٥
٣٣	٢٧	٦	٧٥ - ٧٠
٢٥	١٩	٦	٨٠ - ٧٥
١٨	١٦	٢	٨٥ - ٨٠
١١	٦	٥	٩٠ - ٨٥
١٤٥	١٢٤	٢١	

$$\text{الحل : } \bar{ص} = 77 \quad \bar{ص} = 71.35$$

$$ق = 0.145 \quad ك = 0.855 \quad \sigma_{ص} = 8.80$$

$$أ = 0.228$$

$$r = \frac{\bar{ص} - 1\bar{ص}}{\sigma_{ص}} \times \frac{ق}{1} = \frac{77 - 71.35}{8.80} \times \frac{0.145}{0.228} = 0.61$$

$$\sigma_r = \frac{0.228 / \sqrt{0.855 \times 0.145}}{0.145} = 0.128$$

$$ص = \frac{0.61}{0.128} = 3.203$$

من جدول التوزيع الطبيعي : ط (0.995) = 2.58

وبذلك نرفض فرض العدم والذي يقضي بعدم وجود ارتباط بين التدريب والإنتاجية .

٦-١-٨ معامل ارتباط السلسلتان الثنائي Point biserial

قدمه العالمان ريتشارد سون وستالنكر Richardson and Stalnaker عام ١٩٣٣ لقياس الارتباط عندما يكون أحد المتغيران كمي والآخر إسمي وثنائي أصيل ، مثل الجنس (ذكر ، أنثى) ، الحالة الزوجية (متزوج - غير متزوج) .

ويقدر هذا المعامل * من العينة باستخدام الصيغة :

$$r_{12} = \frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_2}{\sqrt{q.}} \quad (17-6)$$

حيث :

\bar{v}_1 المتوسط الحسابي للمتغير v_1 وهو المناظر للقيمة (١) للمتغير الثنائي

\bar{v}_2 المتوسط الحسابي للمتغير v_2 وهو المناظر للقيمة (٠) للمتغير الثنائي

$q.$ نسبة مفردات المتغير v_1

$q.$ نسبة مفردات المتغير v_2 .

r_{12} تقدير تباين المتغير v في العينة .

ولإختبار الفرض بأن معامل الارتباط يساوي صفر ، نستخدم إختبار - ت حيث يكون الإحصاء :

$$r_{12} = \frac{\bar{v}_1 - \bar{v}_2}{\sqrt{q. - 1}} \quad (18-6)$$

يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 2$.

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

تطبيق (٦-١٧)

البيان التالي يعرض العلاقة بين الإنتاج والتدريب لعينة من العمال
(خصص الرقم ١ للعامل المدرب والرقم ٠ للعامل غير المدرب) .

والمطلوب إختبار فرض عدم وجود ارتباط بين الإنتاج والتدريب في المجتمع
بمستوى معنوية ٥ % .

٢٠	٢٥	٢١	٢٥	٣٠	٢٤	٢٢	٢٤	٢٨	٢٦	الإنتاج
٠	١	٠	٠	١	١	٠	٠	١	٠	التدريب

الحل :

		٢٥	٣٠	٢٤	٢٨	الإنتاج للعالة المدربة (ص١)
٢٠	٢١	٢٥	٢٢	٢٤	٢٦	الإنتاج للعامل غير المدربة (ص٠)

$$r = \frac{\bar{ص١} - \bar{ص٠}}{صص} \sqrt{\frac{١}{١٣ ق}}$$

$$٠,٥٩٨ = \sqrt{(\cdot,٦) (\cdot,٤)} \sqrt{\frac{٢٣ - ٢٦,٧٥}{٣,٦٤}} =$$

$$٢,١١ = \frac{٢-١}{\sqrt{٢(٠,٥٩٨)-١}} \sqrt{٠,٥٩٨} = \frac{٢-٥}{\sqrt{٢,٥-١}} \sqrt{٠,٥٩٨} = ص$$

وباستخدام جدول - ت نجد أن $\lambda = (0.975) = 2,3.6$

وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقض بعدم وجود ارتباط بين الإنتاج والتدريب .

٩-١-٦ معامل ارتباط السلاسل * المتعددة multiserial

قدمه جاسبين Jaspens عام ١٩٤٦ لقياس الارتباط بين متغير كمي وآخر ترتيبي . ويفترض أن المتغير الترتيبي يتضمن الإستمرارية ويتبع التوزيع الطبيعي .

وصيغة معامل الارتباط $r^{\#}$ هي :

$$r^{\#} = \frac{\text{مجد } 1 \text{ مجس}}{\sqrt{\text{مجدس } 2 \text{ مجد } 2}} \quad (١٩-٦)$$

$$\text{حيث : } Q = \frac{\bar{A} - 1}{Q} \quad (٢٠-٦)$$

\bar{A} ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفترة .

\bar{A} ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفترة .

Q نسبة الحالات في الفترة .

(*) Harshbarger ص ٤٤١ .

ولإختبار فرض عدم وجود ارتباط $R^{\#} = \text{صفر}$
 نستخدم الإحصاء :

$$ص = \frac{\sqrt{2-n} \cdot R^{\#}}{\sqrt{2R^{\#}-1}} \quad (٦-٢١)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 2$
 تطبيق (٦-١٨)

فيما يلي درجات عينة من الطلاب في الإختبار النهائي وفي أعمال السنة ،
 وكان القياس في الإختبار الأول كمي أما في أعمال السنة كان القياس ترتيبي .
 والمطلوب إختبار فرض عدم وجود ارتباط بين درجات الإختبارين بمستوى معنوية
 ١

أعمال السنة	م	م	م	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ج	ل	ل	ض
الإختبار النهائي	١٩	١٨	٢٢	١٩	٢٠	١٨	١٨	١٦	١٥	١٢	١٣	١٦	٦	٨	٥	

الحل :

ف. : $R^{\#} = \text{صفر}$

ف١ : $R^{\#} \neq \text{صفر}$

ص	س	ر	س	۲س
۲	۱۹	۱	۴	۱۶
۲	۱۸	۲	۳	۹
۲	۲۲	۳	۷	۴۹
چ	۱۹	۱	۴	۱۶
ج	۲۰	۲	۵	۲۵
ج	۱۸	۳	۳	۹
ج	۱۸	۴	۳	۹
ج	۱۶	۱	۱	۱
ج	۱۵	۲	.	.
ج	۱۲	۳	۳	۹
ج	۱۳	۴	۲-	۴
ج	۱۶	۵	۱	۱
ل	۶	۱	۹-	۸۱
ل	۸	۲	۷-	۴۹
ض	۵	۱	۱۰-	۱۰۰
	۲۲۵			۳۷۸

۲	ج ج	ج	ل	ض
---	-----	---	---	---

$$(ج ج) \bar{I} = (ر) \bar{I}$$

ل	مجلس	ن	ق	إ	ت	ن	ن	مجلس	ن
م	١٤	٣	٠,٢٠٠	٢٨٠٠	٠,٠٠٠	١,٤	١,٩٦	١٩,٦	٥,٨٨
جج	١٥	٤	٠,٢٦٧	٣٩٧٤	٢٨٠٠	٠,٤٤	٠,١٩٤	٦,٦	٠,٧٨
ج	٣-	٥	٠,٣٣٣	٢٨٠٠	٣٩٧٤	٠,٣٥-	٠,١٢٢	١,٠٥	٠,٦١
ل	١٦-	٢	٠,١٣٣	١٢٦٨	٢٨٠٠	١,١٥-	١,٣٢	١٨,٤٠	٢,٦٤
ض	١٠-	١	٠,٠٦٧	٠,٠٠٠	١٢٦٨	١,٨٩-	٣,٥٧	١٨,٩٠	٣,٥٧
		١٥						٦٤,٥٥	١٣,٤٨

$$٠,٩٠ = \frac{٦٤,٥٥}{\sqrt{(١٣,٤٨) (٣٧٨)}} = \#$$

$$٧,٤٤ = \frac{\sqrt{٢-١٥} \cdot ٠,٩٠}{\sqrt{٢(٩)-١}} = \text{ص}$$

ومن جدول (٣) نجد أن $t_{٣} = (٠,٩٧٥) = ٣,٠١٢$ وبذلك نرفض فرض

العلم.

٦-١-١٠ نسب الارتباط

قدم نسبة الارتباط عالم الإحصاء بيرسون K. Pearson عام ١٩٠٥ ،
وهي تستخدم لقياس الارتباط في حالة العلاقة غير الخطية* ، وتحسب نسبة
الارتباط (η) في المجتمع من الصيغة التالية :

$$(٦-٢٢) \quad \frac{\sigma_{\text{ص ص}}^2 - \frac{\sigma_{\text{ص}}^2 \sigma_{\text{ص}}^2}{\sigma_{\text{ص}}^2}}{\sigma_{\text{ص}}^2} = \eta^2$$

وتقدر من العينة باستخدام الصيغة .

$$(٦-٢٣) \quad \frac{s_{\text{ص ص}}^2 - \frac{s_{\text{ص}}^2 s_{\text{ص}}^2}{s_{\text{ص}}^2}}{s_{\text{ص}}^2} = \eta^2$$

ويتم حساب نسبة الارتباط η بصيغ مختلفة حسب طبيعة البيانات .

البيانات الخام :

قد تكون البيانات مقدمة على هيئة مصفوفة بها عدد (م) من الأعمدة
تمثل قيم المتغير المستقل س ، وكل قيمة منها تعرض قيم ص المختلفة ، وفي
هذه الحالة نقوم بحساب η^2 وتمثل تقدير تباين المتغير ص من العينة ، وذلك
حسب الصيغة (٣-٦) ، ويتم حساب η^2 بالصيغة

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

$$\text{ع}^2_{\text{م}} = \text{مجد} (ن - ر - ١) \text{ع}^2_{\text{م}} / ن - م \quad (٦-٢٤)$$

حيث $\text{ع}^2_{\text{م}}$ تمثل تباين العينة لقيم ص بالعمود المخصص للقيمة ص
ويستخدم في ذلك الصيغة (٦-٣) .

بيانات تحليل التباين :

إذا كانت الحالة تمثل تجربة يستخدم فيها تحليل التباين فإنه يمكن استخدام صيغة أخرى أكثر ملائمة . ففي حالة التصميم كامل العشوائية ، نستخدم الصيغة التالية :

(راجع الرموز بجدول تحليل التباين بالقسم ٣-٥-١) .

$$\text{ع}^2_{\text{ك}} = \frac{\text{ع}^2_{\text{ك}} - \text{ع}^2_{\text{خ}}}{\text{ع}^2_{\text{ك}}} \quad (٦-٢٥)$$

$$\text{حيث : } \text{ع}^2_{\text{ك}} = \text{ك} / ن - ١ \quad (٦-٢٦)$$

وتمثل تقدير لتباين المجتمع باستخدام كل قيم ص .
ويمكن أيضاً استخدام الصيغ التالية :

$$\text{ع}^2_{\text{م}} = \frac{\text{م} - \text{م} (١ - \text{م}) \text{ع}^2_{\text{خ}}}{\text{ك}} \quad (٦-٢٧)$$

$$Y^2 = \frac{(1-f)(1-m)}{f(1-m) + (1-f)m} \quad (6-28)$$

حيث f هي النسبة الأخيرة

وهذه الصيغة الأخيرة من المفيد إستخدامها في حالة التقارير المنشورة حيث تكون النسبة f الأخيرة معروضة دون التفاصيل الأخرى كمجموع المبيعات ومتوسط المبيعات .

الإفتراضات :

١ - عينة عشوائية بسيطة .

٢ - متغير فترتي والآخر إسمي .

إختبار الفرض :

$f = 0$: $Y = 0$ صفر

$f < 1$: $Y < 1$ صفر

ويلاحظ أن الإختبار موجه ذلك أن نسبة الإرتباط لا تكون سالبة .

في حالة إستخدام بيانات تحليل التباين ، فإن نسبة الإرتباط Y تكون معنوية عندما تكون النسبة f معنوية كما سبق إيضاحه (القسم ٣-٥-١) .

في حالة إستخدام البيانات الخام ، نستخدم الإحصاء :

$$(٢٩-٦) \quad \frac{٢(١-٢) + (٢-٥)٢}{(١-٢)(٢-١)} = ص$$

وهو يتبع توزيع ف بدرجات حرية (١ - ٢) ، (١ - ٢) .

تطبيق (١٩-٦)

بإستخدام البيانات الواردة بالتطبيق (٣٧-٣) .

المطلوب إختبار فرض عدم وجود إرتباط بين طرق التدريب والإنتاج بمستوى معنوية ٥ ٪ وذلك :

أ - بإستخدام بيانات تحليل التباين .

ب - بإستخدام البيانات الخام .

الحل :

أ - بالرجوع إلى حل التطبيق (٣٧-٣) ، وجددول تحليل

التباين لمجد أن النتيجة معنوية - ولذا فإن النتيجة هنا أيضاً

تكون معنوية ، بمعنى أننا نرفض فرض العدم والذي يقضي

بعدم وجود إرتباط .

ب - ويمكن أيضاً إستخدام الصيغة الخاصة بالبيانات الخام .

الطريقة أ	الطريقة ب	الطريقة ج
٤	٣	٢
٦	٤	٤
٥	٥	٣
٥	٤	٣
٠,٦٦٧	٠,٦٦٧	٠,٦٦٧

ع^٢ من س^٢

$$١,٢٧٢ = \text{ع}^{\frac{٢}{\text{س}}}$$

$$٠,٦٦٧ = (٣-١٢) / (٠,٦٦٧)٣ + (٠,٦٦٧)٣ + (٠,٦٦٧)٣ = \text{ع}^{\frac{٢}{\text{س}}}$$

$$٠,٤٧٦ = \frac{٠,٦٦٧ - ١,٢٧٢}{١,٢٧٢} = \text{ي}^{\frac{٢}{\text{س}}}$$

$$\text{٦} = \frac{(١-٣) + (٣-١٢) \cdot ٠,٤٧٦}{(١-٣)(٠,٤٧٦-١)} = \text{س}$$

وهي ماثلة لنفس النتيجة في (أ) .

١١-١-٦ معامل ثيتا Theta Coefficient

هذا المعامل قدمه فريمان Freeman عام ١٩٦٥ ويستخدم لقياس قوة الارتباط بين متغير إسمي وآخر ترتيبي . ومقدار هذا المعامل مبنى على أساس مدى تلقى الوحدات فى مستوى (فئة) معين من المتغير الإسمي - تقديراً أعلى للمتغير الترتيبي - عنه فى مستوى آخر من المتغير الإسمي * .

ولفرض حساب معامل ثيتا ، نبدأ بإعطاء كل مستوى من المتغير الإسمي رقم معين إختياري ولنتصور المستويان ر ، ل حيث $r > l$. ويتم حساب معامل ثيتا باستخدام الصيغة التالية :

$$\theta = \frac{\text{مجد } |أ\text{ر} - ب\text{ر}|}{\text{مجد } ن\text{ل}} \quad (٦ - ٣٠)$$

حيث :

أ ر عدد المرات التي تكون فيها وحده فى المستوى ر أعلى من بعض الوحدات فى المستوى ل .

ب ر ل عدد المرات التي تكون فيها وحده فى المستوى ر أقل من بعض الوحدات فى المستوى ل .

ن ر عدد وحدات المستوى ر (تكرار المستوى ر)

ن ل عدد وحدات المستوى ل .

(*) انظر Harshbarger ص ٤٨٤ .

ملاحظات :

(١) θ هو حرف يوناني وينطق ثيتا Theta .

(٢) معامل ثيتا يقع بين صفر وواحد ، ويكون صفراً في حالة عدم وجود ارتباط وواحد في حالة الارتباط التام .

تطبيق (٦-٢٠) :

المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى (القيم مرتبة تصاعدياً) .

	القدرة على التهجى					الجنس
	٥	٤	٣	٢	١	
٣	١		١		١	ذكر
٢		١		١		أنثى

الحل : عدد المرات التي يكون فيها الذكر أفضل من الأنثى :

$$أ \quad ٣ = ٢ + ١ + ٠ = ٣$$

عدد المرات التي تكون فيها الأنثى أفضل من الذكر :

$$ب \quad ٣ = ١ + ٢ = ٣$$

$$\theta = \frac{مج أ - مج ب}{مج أ + مج ب} = \frac{٣ - ٣}{٣ + ٣} = ٠$$

(*) لمزيد من التفاصيل راجع كتاب الإحصاء ووصف البيانات ، للمؤلف .

$$\text{صفر} = \frac{\text{صفر}}{6} = \frac{|3-3|}{(2) 3} = 0$$

تطبيق (٦-٢١) :

بفرض أن التوزيع التكرارى للتطبيق السابق كان كما هو موضح أدناه ،
المطلوب قياس الارتباط بين الجنس والقدرة على التهجى .

	٥	٤	٣	٢	١	القدرة على التهجى
						الجنس
٣			١	١	١	١ ذكر
٢	١	١				٢ أنثى

الحل : أ ٢١ = صفر

$$\text{ب } 6 = 2 + 2 + 2 = 21$$

$$1 = \frac{|6-0|}{6} = 0$$

تطبيق (٦ - ٢٢) :

عيادة للإرشاد الطبى للأطفال تستقبل الحالات الآتية : الإكتهاب ، السرقة ،
الشروع ، الكذب ، وبعد الفحص يتم إعطائهم رتب حسب تشخيص العلاج بدءاً
من ١ للضعيف ، ٥ للجيد . باستخدام التوزيع التكرارى التالى المطلوب قياس
الارتباط بين الأعراض والتشخيص .

	التشخيص					الأعراض
	١	٢	٣	٤	٥	
١٤	٢	١	١	٣	٧	١ شروء
١٩	٥	٦	٤	٢	٢	٢ كذب
٢٠	٣	٢	٨	٥	٢	٣ سرقة
١٢	٦	٢	٣	٠	١	٤ أكتئاب

الحل :

$$١٨٠ = (٥) + (٥+٦) + (٥+٦+٤) ٣ + (٥+٦+٤+٢) ٧ = ٢١١$$

$$١٨٠ = (٢)٣ + (٢+٢)١ + (١+٢+٤)١ + (٢+٢+٤+٦)٢ = ٢١١$$

وبالمثل يمكن حساب المقادير الأخرى ، ويمكن تلخيص النتائج في الجدول

التالي :

رل	أرل	برل	$ أ-ب $	نرل
٢١	١٨٠	٦٤	١٣٤	٢٦٦
٣١	١٧٣	٦٢	١١١	٢٨٠
٤١	١٢٤	٢٠	١٠٤	١٦٨
٣٢	١٠٠	٢٠٧	١٠٧	٣٨٠
٤٢	١١٢	٦٠	٥٢	٢٢٨
٤٣	١٥٣	٣٩	١١٤	٢٤٠
			٦٢٢	١٥٦٢

$$.40 = \frac{622}{1562} = \theta$$

اختبارات المعنوية :

تستخدم الاختبارات التالية :

(أ) اختبار ولكوكسون مان وتنى

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على مستويين فقط وقد سبق عرضه في القسم (٣-٣-٤) .

(ب) اختبار كروسكال واليز

يستخدم إذا كان المتغير الإسمي يحتوي على أكثر من مستويين وقد سبق عرضه في القسم (٣-٥-٢) .

٢-٦ الاستقراء حول معامل ارتباط وحيد (عدة متغيرات)

١-٢-٦ الارتباط المتعدد

معامل الارتباط المتعدد يقيس قوة العلاقة بين متغير تابع (س١) وعدة متغيرات مستقلة . وصيغة المعامل هي كما يلي بفرض وجود متغيرين مستقلين س٢ ، س٣ .

$$(٣١-٦) \quad \left[\frac{322 \times 319 \times 219 \times 2 - 319^2 \times 219 + 219^2 \times 322}{322^2 - 1} \right] = 32.12$$

حيث r تعنى معامل ارتباط بيرسون بين S_1 ، S_2 ومن الواضح أن هذا المعامل يستخدم في حالة المتغيرات الكمية وقيمة المعامل تنحصر بين صفر وواحد .

ولاختبار الفرض بأن معامل الارتباط المتعدد في المجتمع $r = \text{صفر}$ (ضد الفرض $r < \text{صفر}$) نستخدم الاحصاء :

$$ص = \frac{r / ك}{(1 - r^2) - ن - ك - 1} \quad (٦-٣٢)$$

حيث $ك$ عدد المتغيرات المستقلة

وهذا الاحصاء يتبع توزيع F بدرجات حرية $ك$ ، $ن - ك - 1$

تطبيق (٦-٢٣)

في دراسة عن الجريمة والعوامل المؤثرة فيها ، تم حساب معامل ارتباط بيرسون بين كل متغيرين :

معامل بيرسون	المتغيرين
٠,٦	معدل الجريمة وحجم المجتمع
٠,٧	معدل الجريمة ومعدل البطالة
٠,٨	حجم المجتمع ومعدل البطالة

(أ) أوجد معامل الارتباط الكلي بين معدل الجريمة والمتغيرات الأخرى المؤثرة فيها .

(ب) اختبار فرض عدم وجود ارتباط بمستوى معنوية ١٪ بفرض أن حجم العينة المستخدمة في البحث ٢٣ .

الحل :

نستخدم س١ ، س٢ ، س٣ للمتغيرات معدل الجريمة ، حجم المجتمع ، معدل البطالة على الترتيب ، وبذلك يكون :

$$٢١ر = ٠,٦ \quad , \quad ٣٢ر = ٠,٨ \quad , \quad ٣١ر = ٠,٧$$

$$٠,٤٩ = \frac{(٠,٨)(٠,٧)(٠,٦)٢ - ٢(٠,٧) + ٢(٠,٦)}{٢(٠,٨) - ١} = ٣٢,١٢ر \quad (أ)$$

$$(ب) ف. : ٣٢,١٢ر = \text{صفر} \quad ف١ : ر < \text{صفر}$$

$$٩,٦٠٧ = \frac{٢ / ٠,٤٩}{(١ - ٢ - ٢٣) / (٠,٤٩ - ١)} = \text{ص} \quad (ج)$$

$$٥,٨٥ = (٠,٩٩) ٢,٠٢ر \quad \text{ومن جدول توزيع ف نجد أن } ٢,٠٢ر = (٠,٩٩)$$

لذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض وجود ارتباط كلي بين الجريمة والعوامل المذكورة وهي معدل البطالة وحجم المجتمع .

٦-٢-٢ معامل كندال للاتفاق

قدمه كندال عام ١٩٣٩ ويستخدم لقياس درجة الاتفاق بين عدة مجموعات من الرتب ، وهو يعد نافعا بصفة خاصة في دراسات التحكيم ، لتوضيح درجة الاتفاق بين عدة محكمين في تقييمهم للأشياء أو الأشخاص مثلاً عند اختيارهم

(*) راجع Kendall ص ١٠٠ ، Siegel ص ٢٣٣ .

للوطناء أو الأشياء أو لتقييم المديرين أو المشرفين أو العمال أو اللاعبين الخ .

وقد سبق عرض صيغة معامل الاتفاق بالباب الأول (صيغة ١-١٠) .

وفي حالة وجود قيود أي قيم مكررة فإننا نعطي كل منها رتبة تعادل متوسط رتب الوحدات المكررة . وإذا كانت نسبة القيم المقيدة قليلة فإن ذلك لا يستدعى إجراءات خاصة ، بينما إذا كانت النسبة كبيرة فإن الأمر يتطلب بعض التعديلات في الصيغ المستخدمة .

وفي حالة ما إذا كان عدد المحكمين إثنان فقط يمكن استخدام معامل سبيرمان .

الافتراضات

(١) البيانات تتكون من مجموعات كاملة من الصفوف عددها (ق) من المشاهدات (قياسات - تقديرات) الموجهة نحو عدد (م) من المجموعات (أفراد - أشياء - ...) .

(٢) مستوى القياس ترتيبى .

الفروض :

ف : لا يوجد إتفاق بين الرتب في المجموعات .

ف١ : يوجد إتفاق بين الرتب .

إحصاء الاختبار :

توجد ثلاثة إحصاءات يمكن استخدامها :

(١) الاختبار الأصلي : يستخدم (و) معامل الاتفاق (١-١٠) ، وكافئ ذلك استخدام (ع) تبعاً للصيغة (٣-٦٧) . وكما سبق ذكره مع اختبار فريدمان (٣-٦-٢) فإن هذا الإحصاء له توزيع خاص وجدول معدة لتسهيل الوصول على القيم المخرجة بالجدول الاحصائية المرفقة (جدول ١٣ القسم الأول) .

(٢) تقرب توزيع فيشر : لجميع القيم الغير واردة بالجدول المشار إليها في (١) يمكن استخدام تقرب مبنى على توزيع فيشر Fisher's Z-distribution وتوجد جداول يمكن استخدامها مباشرة وهي تعطي قيم ع المخرجة عند مستويات معنوية ٥ % ، ١ % إذا كان عدد الصفوف (المحكمين) يقع بين ٣ إلى ٢٠ (الجدول ١٣ ، القسم الثاني) .

تطبيق (٦-٢٤)

في مقابلة لمجموعة من المتقدمين لإحدى الوظائف ، حددت الشركة ثلاثة من المديرين لإجراء المقابلة ، وكان ترتيبهم للمتقدمين كما هو موضح والمطلوب حساب معامل الاتفاق ، واختبار الفرض بعدم وجود اتفاق بين المديرين بمستوى معنوية ٥ % .

المتقدمين المختبرين	أ	ب	ج	د	هـ	و
المدير س	١	٦	٣	٢	٥	٤
المدير ص	١	٥	٦	٤	٢	٣
المدير ع	٦	٣	٢	٥	٤	١

الحل :

مجموع الرتب $R = 8, 11, 11, 11, 14, 8, 10, 5 = 7$

$$ع = مجد (R - 7) = 2(10, 5 - 8) + 2(10, 5 - 14) + 2(10, 5 - 11) + 2(10, 5 - 11) + 2(10, 5 - 11) + 2(10, 5 - 8) + 2(10, 5 - 5) = 25, 5$$

$$\text{معامل الاتفاق (و)} = \frac{ع}{\frac{1}{4} (3 - 3)^2} = \frac{25, 5}{\frac{1}{4} (3 - 3)^2} = 16$$

$$16 = \frac{25, 5}{159, 3} =$$

وبالرجوع لجدول ١٣ الجزء الثاني ، ومستوى معنوية ٠,٠٥ نجد أن قيمة ع الحرجة هي ١٠٣,٩ وبذلك لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضى بعدم وجود اتفاق بين المديرين .

تطبيق (٦-٢٥)

تم عرض سبعة طرق للتدريس على ١٨ محكماً ، أعطى كل منهم رتباً لهذه الطرق . وقد وجد أن قيمة ع = ١٦٢٠ أوجد معامل الاتفاق مع اختبار معنويته بمستوى ١٪ .

الحل :

باستخدام الصيغة (١-١٠)

$$ع = \frac{12 (1620)}{(7 - 3)^2 \cdot 18} = 179$$

لاختبار الفرض بعدم وجود اتفاق يمكن استخدام جدول - ١٣ الجزء الثاني ،
عند مستوى معنوية ١٪ نجد أن :

عند $Q = 10$ تكون قيمة χ^2 الحرجة ١١٢٩,٥

عند $Q = 20$ تكون قيمة χ^2 الحرجة ١٥٢١,٩

وحيث أن قيمة χ^2 الملاحظة ١٦٢٠ ، لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي
بعدم وجود اتفاق .

(س) تقريب χ^2

إذا كان عدد الأعمدة $m < 7$ يمكن استخدام اختبار تقريبي سهل ، يستخدم
الإحصاء χ^2 السابق تعريفه بالصيغة (٣-٦٨) أو (٣-٦٩) ويمكن كتابته أيضاً
على الصورة :

$$\chi^2 = \sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (٦-٣٣)$$

وهذا الاحصاء يتبع توزيع χ^2 بدرجات حرية $m - 1$

تطبيق (٦-٢٦)

تم عرض ١٣ شخص على ٢٨ محكماً وقد أعطى كل منهم رتبة لكل شخص
وقد وجد أن قيمة $\chi^2 = 1144.0$ والمطلوب حساب معامل الإتفاق واختبار
معنويته بمستوى معنوية ١٪ .

الحل : باستخدام الصيغة (١-١٠)

$$\chi^2 = \frac{12 (1144.0)}{(13 - 1)^2 \cdot 28} = 0.8$$

ولاختبار الفرض نستخدم الصيغة (٦ - ٣٣) :

$$ص = ٢٨ (١ - ١٣) (٠,٨) = ٢٦,٩$$

وبالرجوع لجدول كا^٢ نجد أن كا_{١٣}^٢ = (٠,٩٩) = ٢٦,٢١٧ وبذلك نرفض فرض عدم وجود ارتباط .

٦-٣ مقارنة معاملي ارتباط

٦-٣-١ اختبار تجانس معاملين (بيرسون)

لمقارنة معاملا ارتباط بيرسون في مجتمعين ، يتم تحويلهما حسب تحويل فيشر ثم نستخدم الاختبار الطبيعي .

الفروض :

$$ف : \rho = \rho$$

$$ف : \rho \neq \rho$$

احصاء الاختبار

$$ص = \frac{\rho - \rho}{\sqrt{\frac{1}{3 - \rho} + \frac{1}{3 - \rho}}} \quad (٦-٣٤)$$

حيث : ف_١ ، ف_٢ هما تحويل فيشر لمعاملي الارتباط المحسوبة من العينة
 ر_١ ، ر_٢ ويتم التحويل من جدول ١٤ من الجداول الاحصائية المرفقة ، كما يمكن
 استخدام الصيغة التالية :

$$F = \frac{1}{r} \text{ لو } \frac{r+1}{r-1} \quad (6-35)$$

حيث لو تعنى اللوغاريتم الطبيعي ، أساسه (٢,٧١٨٣) .

تطبيق (٦-٢٧)

في دراسة مقارنة بين الريف والحضر تم سحب عينتان عشوائيتان من الأسر ، وتم حساب معامل ارتباط بيرسون بين عدد سنوات التعليم لكل من الزوج والزوجة ، والمطلوب اختبار فرض تساوى معاملات الارتباط بمستوى معنوية ٥٪ .

المنطقة	حجم العينة	معامل ارتباط
الريف	٤٤	٠,٣١
الحضر	٤٢	٠,٥٤

الحل :

المنطقة	ن	ر	ف
الريف	٤٤	٠,٣١	٠,٣٢١
الحضر	٤٢	٠,٥٤	٠,٦٠٧

ف هي قيمة تحويل فيشر لمعامل الارتباط :

$$F = \frac{1}{\gamma} \text{ لو } \frac{\gamma+1}{\gamma-1}$$

بالنسبة للريف :

$$= \frac{1}{\gamma} \text{ لو } \frac{0.31+1}{0.31-1} = \frac{1}{\gamma} \text{ لو } 1.898$$

$$= \frac{1}{\gamma} = (0.64) = 0.32$$

وهكذا بالنسبة للحضر

$$ص = \frac{0.321 - 0.607}{\frac{1}{39} + \frac{1}{41}}$$

$$= \frac{0.286}{0.0256 + 0.0244} = 1.279$$

من جدول التوزيع الطبيعي ط (0.975) = 1.96 لذا لا نستطيع رفض فرض العدم والذي يقضي بتساوى معاملات الارتباط .

٦-٣-٢ اختبار تجانس معاملين (جاما)

لاختبار فرض تساوى معاملى ارتباط جاما يجب أن يكون كلا الجدولين لهما نفس الفئات .

الفروض :

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \text{ أو } \mu_1 < \mu_2 \text{ أو } \mu_1 > \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 < \mu_2 \text{ أو } \mu_1 > \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

احصاء الاختبار

(٣٦-٦)

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \text{ص}$$

$$\text{حيث } t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

وقد سبق عرضها بالصيغة (٦-١١)

توزيع المعاينة

الاحصاء ص عالية يتبع التوزيع الطبيعي المعياري إذا كانت حجوم العينات كبيرة .

٦-٤ مقارنة عدة معاملات ارتباط

لمقارنة عدة معاملات ارتباط لاختبار تجانسهم ، نستخدم الاختبار التالي :

الافتراضات :

(١) عينات عشوائية بسيطة .

(٢) كل عينة مسحوة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي

Bivariate normal

(٣) مستوى القياس فترى Interval .

الفرض :

$$F : \rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho_m$$

F_0 : ف. غير صحيح

احصاء الاختبار

$$ص = مج (ن - ٣) (ف - ف_٠)^2 \quad (٦-٣٧)$$

ف : تحويل فيشر لمعامل ارتباط بيرسون (ر)

F_0 : المتوسط الحسابي المرجح لقيم ف ويحسب من :

$$F_0 = \frac{مج (ن - ٣)}{مج (٣ - ن)} \quad (٦-٣٨)$$

توزيع المعاينة :

الاحصاء ص عاليه يتبع توزيع كا^٢ بدرجات حرية م - ١

ملحوظة :

في حالة عدم رفض فرض العدم وقبول أن معاملات الارتباط متجانسة ، فإن ذلك يبرر تقدير معامل الارتباط في المجتمع على أساس تجميعي Pooled estimate حيث يكون هذا التقدير أكثر دقة من أي من التقديرات الفردية والنتيجة من كل عينة على حده . ويكون التقدير بإعادة تحويل r باستخدام الدالة العكسية لتحويل فيشر - وبذلك نحصل على التقدير المتجمع r أي أن :

$$r = f^{-1}(\bar{f}) \quad (٦-٣٩)$$

وقد سبق عرض صيغة دالة تحويل فيشر (٦-٦) كما يمكن استخدام جدول ١٤- مباشرة للحصول على التحويل من r إلى f وبالعكس .

تطبيق (٦-٢٨)

في دراسة مقارنة لثلاث مجتمعات تم سحب عينة عشوائية من كل منها وفيما يلي بيان بأحد المؤشرات التي تم حسابها وهو معامل ارتباط بيرسون بين مستوى التعليم ودرجة التحضر .

المعينة	حجم العينة	معامل ارتباط
١	١٠٢	٠,٦٣
٢	١٠٢	٠,٧٨
٣	١٠٢	٠,٦٧

والمطلوب اختبار فرض تجانس معاملات الارتباط .

الحل : ف. : $r = r = r = 3$

المينة	ن	ر	ف	ن - 3	ف (ن - 3)	ف (ن - 3)	ف (ن - 3)
١	١٠٢	٠,٦٣	٧٤١٤	٩٩	٧٣,٣٩٩	٠,٠١٥	١,٤٨٥
٢	١٠٢	٠,٧٨	١,٠٤٥٤	٩٩	١٠٣,٤٩٥	٠,٠٣٢	٣,١٦٨
٣	١٠٢	٠,٦٧	٨١٠٧	٩٩	٨٠,٢٥٩	٠,٠٠٣	٠,٢٩٧
				٢٩٧	٢٥٧,١٥٣		٤,٩٥

$$ف = 257,153 \div 297 = 0,866$$

من جدول كا^٢ نجد أن كا^٢ (٠,٩٥) = ٥,٩٩١

وحيث أن قيمة الاحصاء المشاهد ص = ٤,٩٥ لذا لا نستطيع رفض فرض
العدم .

الباب السابع

التقدير

٧-١ تمهيد

نماذج التقدير تستخدم لوصف شكل أو طبيعة العلاقة بين المتغيرات ، بهدف إمكان تقدير المتغيرات بدلالة المتغيرات الأخرى المرتبطة بها . وبذلك فإن هذه النماذج تعد الأساس في إنشاء العديد من القوانين والنظريات . ويمكن تقسيم هذه النماذج إلى نوعين رئيسيين :

(١) نماذج الإنحدار Regression

(٢) السلاسل الزمنية Time Series

وهذا الباب يعرض فقط نماذج الإنحدار ، وهذه تمكن من تحديد شكل العلاقة بين متغير ما ، يسمى المتغير التابع Dependent وبين متغير آخر أو أكثر وتسمى المتغيرات المستقلة Independent . وهذه العلاقة تعرض في صيغ رياضية تسمى معادلات الإنحدار .

ونماذج الإنحدار متعددة ويمكن تصنيفها تبعاً للعديد من العوامل أهمها :

(١) عدد المتغيرات : وهناك تقسيم شائع :

أ - نماذج الإنحدار البسيط : في حالة بحث العلاقة بين متغيرين فقط .

ب - نماذج الإنحدار المتعدد : في حالة وجود أكثر من متغيرين .

(٢) مستوى القياس للمتغيرات .

(٣) شكل العلاقة بين المتغيرات : وكتقسيم رئيسي يتم التمييز بين

العلاقة الخطية Linear والعلاقة غير الخطية Non Linear .

وبتقصر العرض في هذا الباب على نموذج الانحدار البسيط Simple Linear regression model .

٧-٢ نموذج الانحدار الخطي البسيط

٧-٢-١ النموذج الإحصائي

(١) في نموذج الانحدار البسيط نفترض أن المتغير التابع^(١) صر

Dependent variable له علاقة خطية مع المتغير المستقل سر Independent على الصورة :

$$\text{صر} = \text{أ} + \text{ب سر} + \text{خر} , \quad \text{و} = ١, ٢, \dots, \text{ن} \quad (٧-١)$$

(٢) س_١ ، س_٢ ، ... س_ن قد تكون متغيرات عشوائية وقد تكون قيم ثابتة تحدد بمعرفة الباحث .

(٣) خ_١ ، خ_٢ ، ... خ_ن متغير غير معروف وغير مرئي

Unobservable ويفترض أن هذه الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين غير معلوم σ^2 .

(٤) أ ، ب معالم المجتمع وهي غير معروفة .

٧-٢-٢ اختبار فرض الاستقلال

غالباً ما يثار اختبار فرض الاستقلال بين متغيران س ، ص . ويعتبر

المتغير ص مستقلاً عن س إذا كان توزيع ص لا يتغير مهما كانت قيمة س .

١ - راجع كتاب الأحصاء ووصف البيانات للمؤلف .

وهذا يعني أن متوسط ص يكون هو نفسه لكل قيمة من قيم س ، ويعني ذلك ، في حالة الإنحدار الخطي أن ب = صفر .

الفروض :

ب : ب = صفر

ب : ب > صفر أو

ب : ب < صفر أو

ب ≠ صفر

أحصاء الاحتمال

في حالة توفر شروط النموذج فإن توزيع المعاينة للمقدر (ب) وهو معامل الانحدار المحسوب من العينة - يتبع التوزيع الطبيعي متوسطة (ب) وهو معامل الانحدار في المجتمع - وانحراف معياري :

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{\epsilon}}{\sqrt{\text{محد (س - س)}}} \quad (٧-٢)$$

حيث σ_{ϵ} في الانحراف المعياري للخطأ العشوائي ويطلق عليه البعض : الخطأ المعياري للتقدير Standard error of estimate أو الانحراف المعياري للمتغير ص لقيم ثابتة للمتغير س Standard deviation of y for fixed x وغالباً لا يكون σ_{ϵ} معلوماً ويتم تقديره من العينة باستخدام أي من الصيغ التالية :

$$(3-7) \quad \chi^2 = \text{معد} (ص - ص^e) / n - 2$$

$$(4-7) \quad (n - 1) (1 - \frac{2^e - 2^b}{2^e}) / n - 2 =$$

$$(5-7) \quad \chi^2 / n - 2 =$$

حيث χ^2 كما سبق تعريفها في تحليل التباين (3-45) ، ويمكن أيضاً استخدام الصيغة :

$$(6-7) \quad \chi^2 = (r - 1) \text{معد} ص^2$$

حيث r معامل ارتباط بيرسون

ونقدر الانحراف المعياري لمعامل الانحدار بواسطة :

$$(7-7) \quad \frac{\chi^2}{\sqrt{\text{معد} (س - س^e) / 2}} = ب^e$$

$$(8-7) \quad \chi^2 / س^e \sqrt{n - 1} =$$

ولذا يكون إحصاء الاختبار :

$$(9-7) \quad \frac{ب - ب^e}{ب^e} = ص$$

حيث $ب$ معامل الانحدار من العينة وبحسب من الصيغة (1-23) وباعتبار فرض العدم $ب = \text{صفر}$ يصح الإحصاء .

$$(10-7) \quad \frac{ب / \sqrt{\text{معد} (س - س^e) / 2}}{\chi^2} = ص$$

$$\frac{b \sqrt{n-1}}{\chi^2} = \quad (٧-١١)$$

حيث χ^2 الانحراف المعياري المقدّر من العينة ويحسب من الصيغة (٣-٦)

توزيع المعاينة

الإحصاء χ^2 بعاليه يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 2$ ، وإذا كان χ^2 معلوماً فإن الإحصاء χ^2 يتبع التوزيع الطبيعي .

تطبيق (٧-١)

البيان التالي يعرض العلاقة بين مصروفات الدعاية وإيرادات المبيعات :

٥	٤	٣	٢	١	مصروفات الدعاية (ألف)
٤	٢	٢	١	١	إيرادات المبيعات (مليون)

والمطلوب اختبار فرض الاستقلال بين مصروفات الدعاية والمبيعات بمستوى معنوية ٥ % .

الحل : نعتبر S هو المتغير المستقل (مصروفات الدعاية) ، V المتغير التابع (المبيعات) .

ف . : $b =$ صفر

ف١ : $b =$ صفر

س	ص	س٢	ص٢	ص (ص-ص٢)
١	١	١	١	٠,١٦
٢	١	٤	١	٠,٠٩
٣	٢	٩	٤	٠
٤	٢	١٦	٤	٠,٤٩
٥	٤	٢٥	١٦	٠,٣٦
١٥	١٠	٥٥	٢٦	١,١

$$١,٥٨١ = \text{س}^٢ \quad (٦-٣)$$

$$٠,٧ = \text{ب} \quad (٢٣-١)$$

$$١- = \text{أ} \quad (٢٤-١)$$

$$\text{ص} = \text{أ} + \text{ب} \quad (٢٢-١)$$

$$١- + ٠,٧ = \text{س}$$

$$٠,٣٦٧ = ٣ / ١,١ = \text{ب}^٢ \quad (٣-٧)$$

$$٠,٦٠٥ = \text{س}^٢$$

$$\text{ص} = \frac{\sqrt{١,٥٨١} \cdot ٠,٧}{٠,٦٠٥} = ٣,٦٥٩ \quad (٧-١١)$$

ومن جدول توزيع ت نجد أن $٣ (٠,٩٧٥) = ٣,١٨٢$
وبذلك نرفض فرض الاستقلال.

٧-٢-٣ اختبار الفروض حول معامل الانحدار

بصفة عامة لاختبار الفرض بأن معامل الانحدار يساوى قيمة معينة ،
نستخدم الاحصاء الموضخ بالصيغة (٧-٩) ويمكن عرضها أيضاً كما يلي :

$$ص = \frac{(ب - ب) \sqrt{ن - ١}}{ن} \quad (٧-١٢)$$

وهذا الإحصاء يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن - ٢ .

تطبيق (٧-٢)

يقوم أحد مراكز التحليل المالي بإحدى المؤسسات بدراسة بشأن تحديد تكلفة الوحدة المنتجة . ولهذا الفرض تم جمع البيانات التالية من عينة عشوائية وهي تعبر عن الانتاج الشهري والتكاليف الكلية المناظرة لهذا الانتاج . والمطلوب اختبار الفرض بأن نصيب الوحدة من التكلفة المتغيرة (معامل الانحدار يزيد عن ٢٦٠ جنبها .

حجم الإنتاج	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠
التكاليف الكلية (ألف)	١٢	١٤	١٦	٢٠	٢٢	٢٥

الحل : ليكن س المتغير المستقل وهو حجم الإنتاج ، ص المتغير التابع وهو التكلفة الكلية .

$$ف٠ : ب = ٢٦٠ .$$

$$ف١ : ب < ٢٦٠ .$$

$$\text{م} = ١٨,٧٠٨ (٦-٣)$$

$$\text{ب} = ٠,٢٦٥٧ (٢٣-١)$$

$$\text{ج} = (١ - \text{ر}^٢) \text{مح} = (١ - ٠,٩٩) (٢١٠٥) = ٢١,٠٥ (٦-٧)$$

$$\text{ص} = \frac{\sqrt{١-٦} \times ١٨,٧٠٨ \times (٠,٢٦٠ - ٠,٢٦٥٧)}{٤,٥٨٨} = ٠,٠٥٢$$

من الصيغة (١٢-٧)

$$\text{وباستخراج جدول ت نجد أن ت} = (٠,٩٧٥) = ٢,٧٧٦$$

وبذلك لانستطيع رفض فرض العدم والذي يعني أن التكلفة ٢٦٠ أو أقل .

٧-٢-٤ تقدير معامل الإنحدار في المجتمع

لتقدير معامل الإنحدار في المجتمع بفترة ثقة ١ - م نستخدم الحدود

التالية :

$$\text{ب} = \text{ب} \pm \text{ت} \cdot \text{م} = \text{ب} \pm (١ - \text{م} / \text{م}) \cdot \text{ب} \quad (١٣-٧)$$

حيث ب معامل الإنحدار من العينة وبحسب بالصيغة (٢٣-١)

ب الإنحراف المعياري للمعامل ب وبحسب بالصيغة (٨-٧)

ت ن-٢ معامل الثبات من توزيع ت بدرجات حرية ن-٢ .

تطبيق (٧-٣)

المطلوب تقدير نصيب الوحدة المنتجة من التكاليف المتغيرة في التطبيق (٧-٢) وذلك بدرجة ثقة ٩٠٪ .

الحل :

باستخدام الصيغة (٧-١٣) والنتائج التي تم التوصل إليها عند حل التطبيق (٧-٢) فإن حدى الثقة لمعامل الإنحدار .

$$\text{حدى الثقة} = ٠,٢٦٥٧ \pm \text{ت} (٠,٩٥) \text{ م ب}$$

$$= ٠,٢٦٥٧ \pm ٢,١٣٢ (٠,١٠٩٧)$$

$$= ٠,٢٣٣٩ \pm ٠,٢٦٥٧$$

$$= (٠,٠٣٢, ٠,٥)$$

$$\text{حيث م ب} = \text{خ} / \text{س} \sqrt{١-\text{ن}} \quad (٧-٨)$$

$$٠,١٠٩٧ = \sqrt{٥} \sqrt{١٨,٧٠٨ / ٤,٥٨٨}$$

٧-٢-٥ اختبار الفرض حول أ

لاختبار الفرض أ = أ. نستخدم الإحصاء :

$$\text{ص} = \frac{\bar{أ} - \bar{أ}^{\circ}}{\bar{أ}^{\circ}} \quad (٧-١٤)$$

$$\text{حيث أ} = \bar{\text{ص}} - \bar{\text{ب س}} \quad (١-٢٤)$$

$$(١٥-٧) \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right)$$

حيث $\hat{\sigma}^2$ سبق تعريفها في (٣-٧) - (٦-٧)

والإحصاء χ^2 يتبع توزيع ت بدرجات حرية $n - 2$.

٧-٢-٦ تقدير أ

لتقدير المعامل أ بفترة ثقة ١ - α نستخدم الصيغة :

$$(١٦-٧) \quad \hat{A} = \bar{y} \pm t_{n-2} \left(\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

حيث أ هو قيمة المعامل كما نحصل عليها من العينة بالصيغة :

$$(١٥-٧) \quad \hat{A} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

٧-٢-٧ تقدير متوسط قيمة المتغير التابع

بعد تقدير متوسط قيمة التابع ، أو الاستجابة (ض) لقيمة معينة للمتغير المقدر أو المستقل (س) من أهم أهداف الباحث في تحليل الإنحدار . والصيغة

التالية تعرض حدود فترة الثقة ١ - α لتقدير متوسط الاستجابة ض :

$$(١٧-٧) \quad \hat{\mu}_y = \bar{y} \pm t_{n-2} \left(\frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

حيث $\hat{\mu}_y$ = أ + ب س.

$$(١٩-٧) \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right)$$

حيث $\hat{\sigma}^2$ سبق عرضها في (٣-٧) - (٦-٧)

تطبيق (٧-٤)

في التطبيق (٧ - ٢) الخاص بالعلاقة بين التكلفة وحجم الانتاج ، المطلوب تقدير متوسط التكاليف الكلية لإنتاج حجمه ٣٣ وحدة ، وذلك بدرجة ثقة ٩٥ % .

الحل :

يراجع حل التطبيق (٧ - ٢)

$$ب = ٢٦٥٧ .$$

$$أ = ص - ب س$$

$$٨,٨٦٧ = (٣٥) . ٢٦٥٧ - ١٨,١٦٧ =$$

إذا كان حجم الانتاج ٣٣ وحدة فإن التكاليف الكلية تقدر كالاتي (٧ -

(١٨

$$ص = أ + ب س .$$

$$١٧,٦٣٥ = (٣٣) . ٢٦٥٧ + ٨,٨٦٧ =$$

$$ص = ٤,٥٨٨ \pm \sqrt{٦/١ (٣٥-٣٣) + ٣٤٩,٩٨٩} / (٥) = ١,٨٨٦$$

وباستخدام الصيغة (٧-١٧) تكون :

$$حدود الثقة = ١٧,٦٣٥ \pm ٢,٧٧٦ (١,٨٨٦)$$

$$= ٥,٢٣٥ \pm ١٧,٦٣٥ =$$

$$= (٢٢,٨٧ ، ١٢,٤)$$

٧-٢-٨ اختبار الفرض حول متوسط قيمة المتغير التابع

لاختبار الفرض بأن القيمة المقدرة من تساوى قيمة معينة من نستخدم الإحصاء χ^2 :

$$\chi^2 = \frac{\sum (\frac{O_i - E_i}{E_i})^2}{df} \quad (٧-٢٠)$$

وهو يتبع توزيع ت بدرجات حرية ن-٢

حيث χ^2 سبق تعريفها في (٧-١٩)

$\chi^2 = \sum (O_i - E_i)^2 / E_i$ كما سبق تعريفها بالصيغة (١-٢٢) وهي تكافئ :

$$\chi^2 = \sum (O_i - E_i)^2 / E_i \quad (٧-٢١)$$

الباب الثامن

تنقيح البيانات

من البيانات نحصل على المعلومات ، وحتى تكون الأخيرة صحيحة يجب أن تكون الأولى صالحة . وبحصر إهتمامنا نحو قضية الإستقراء نجد العديد من المتطلبات والشروط التي يجب توفرها في البيانات المقدمة لهذا الغرض . مثل شرط التوزيع الطبيعي ، وتجانس التباينات ، والعلاقة الخطية ، ... الخ .

وقد عرضنا في هذا الكتاب الكثير من الأساليب الموجهة للتحقق من هذه الشروط .

ولا تزال البيانات في حاجة إلى تنقيح وتهذيب Revision فهناك العديد من الموضوعات التي يجب فحصها حتى تطرح البيانات ثماراً ناضجة صالحة ، ومن أهم هذه الموضوعات :

- التحقق من العشوائية Randomization
- القيم المتطرفة Outliers
- معالجة البيانات المفقودة Missing data
- البتر Trimming
- التسوية Winsorizing

وفي هذا الباب نكتفي بمعالجة* الموضوعان الأول والثاني ، العشوائية والقيم المتطرفة .

* لمزيد من التفاصيل عن معالجة البيانات المفقودة ، راجع :

Little, R. J. and Rubin, D. B. (1987), Statistical analysis with missing data.

وبالنسبة لموضوعات البتر والتسوية يمكن الرجوع إلى Dixon and massey ص ٣٨٠

٨-١ العشوائية

العشوائية مطلب أساسي في كل أساليب الاستقراء أيا كانت سواء تعلق الأمر بتقدير خصائص المجتمع أو اختبارات الفروض وسواء كانت الأساليب معلمية أو لامعلمية . فالمعينة العشوائية تحقق لنا الموضوعية وتبعدنا عن الذاتية والتحيز ، وهي تقدم لنا عينة يمكن وصفها بأنها ممثلة للمجتمع وتصلح لتعميم النتائج على هذا المجتمع - ويمكن من قياس درجة الدقة في هذه النتائج - وأكثر من ذلك فهي تمكن من التحكم في هذه الدقة وزيادتها إلى الدرجة التي نرغبها - أما في حالة استخدام عينة غير عشوائية فلا نطمح في تحقيق شيء من ذلك .

ولاختبار العشوائية نستخدم الدفعات Runs .

٨-١-١ الدفعات Runs

نفرض أن هناك صف انتظار به عشرة أشخاص ، خمسة منهم ذكور (ذ) وخمسة أناث (ث) ونفرض أن ترتيبهم بالصف كان كما يلي :

أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ أ ذ

بداية لا يعد ذلك ترتيباً عشوائياً حيث أن هذا الترتيب يعرض تبديلاً أو خلطاً Mix كاملاً بين الجنسين .

لنفرض أن الترتيب كان كما يلي :

أ أ أ أ أ أ أ ذ ذ ذ ذ ذ ذ

هذا أيضاً لا يعد ترتيباً عشوائياً حيث أنه يعرض تجمعاً أو عنقوداً Cluster لكل نوع على حده . وهذه الحالة تعرض تجمعاً أو عنقوداً كاملة . والحالتان أعلاه

تعد من الحالات المتطرفة وإن كانا في اتجاهين مختلفين فالأولى تعنى أن هناك خلطاً كاملاً بين النوعين - والثانية تعنى أن هناك عنقه كاملة . هذه الحالات المتطرفة لا تتسق مع فرض العشوائية والتي تتضمن استقلال الوحدات عن بعضها .

والدفعه Run تعرف على أنها تعاقب واحد أو أكثر من الأشياء أو الرموز المتماثلة ، ويمكن بتحليل عدد الدفعات اختبار ما إذا كان الترتيب عشوائياً من عدمه . فالحالة الأولى بها عشرة دفعات والحالة الثانية بها دفعتان فقط . ومن ذلك يتضح أنه إذا كان عدد الدفعات متطرفاً في الصغر أو في الكبر فإن الترتيب لا يعد عشوائياً .

ومن التطبيقات في هذا المجال :

- عشوائية ظهور الرطوبة أو الجفاف في متسلسلة من الأيام .

- عشوائية شغل المقاعد في مطعم (مشغول - فارغ) .

إن البيانات الأصلية التي تكون محل الاختبار قد تكون في صورة ثنائية Dichotomy كما في الحالات التي سبق إيضاها وقد تتكون من العديد من القيم ، وهذه يمكن جعلها ثنائية باستخدام قاعدة للتقسيم ، كاستخدام الوسيط مثلاً لمجموعة من القيم ثم إعطاء كل منها إشارة لتقسيمها مثلاً :

+ لقيم أكبر من أو تساوى الوسيط .

- للقيم أصغر من الوسيط .

٨-١-٢ اختبار الدفعات Runs test

يستخدم لاختبار العشوائية .

الإفترضات :

١. المعاينة عشوائية (إذا لم تكن المعاينة جزءاً من العملية المطلوب اختبار العشوائية بشأنها .

٢. البيانات المتاحة للتحليل تتكون من متسلسلة Sequence من المشاهدات ، مدونة حسب ترتيب حدوثها .

٣. من الممكن تقسيم البيانات تقسيماً ثنائياً إلى نوعين ، وليكن n عدد المشاهدات من النوع الأول ، m عدد المشاهدات من النوع الثاني ، $n = m$ حجم العينة الكلي .

الفرض : قد يكون من جانبيين (غير موجه)

ف. : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة غير عشوائية .

وقد يكون الفرض من جانب واحد (موجه)

ف. : المتسلسلة عشوائية

ف١ : المتسلسلة مختلطة Mixed أو

ف١ : المتسلسلة مُعتددة Clustered .

احصاء الاختبار

د : وهو عدد الدفعات الكلي .

توزيع المعاينة

الإحصاء (د) له توزيع خاص - وجداول (جدول - ٢٣) والجدول مقسم إلى مجموعتين : المجموعة الأولى تعطي احتمال حدوث عدد من الدفعات قدره (د) أو أقل .

المجموعة الثانية : وتستخدم في حالة $n = ١٠$ ولحجم أكبر من ١٠ ويلاحظ أن الأعمدة هنا مقسمة إلى قسمين :

- الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٠٠٥ , ٠,٠١ , ٠,٠٢٥ , ٠,٠٥ , ٠,١ تعطي عدد الدفعات د بحيث أن هذا العدد أو أقل منه يحدث باحتمال أقل من الاحتمال الموضح أعلى العمود .

- الأعمدة المعنونة بالاحتمالات ٠,٩٥ , ٠,٩٧٥ , ٠,٩٩ , ٠,٩٩٥ , ٠,٩٩٩ تعطي عدد الدفعات بحيث أن احتمال حدوث هذا العدد أو أكبر منه أقل من الاحتمالات ٠,٠٠٥ , ٠,٠١ , ٠,٠٢٥ , ٠,٠٥ , ٠,١ على التوالي .

تطبيق (٨-١)

في مصنع لانتاج المواسير الصلب تم قياس قطر الماسورة في عينة من ٥٠ وحدة ، وقد وجد أن هناك ١٤ دفعة أكبر وأقل من الوسيط . والمطلوب اختبار الفرض بأن الماكينة تنتج مواسير تختلف أقطارها بصورة عشوائية .

الحل :

حيث أن نصف المشاهدات أكبر من الوسيط ونصفها الآخر أكبر منه ، فإن

$$١ن = ٢ن = ٢٥$$

وبالرجوع لجدول ٢٣ نجد أن :

$$١٨ = (٠,٠٢٥) ٢٥,٢٥د$$

$$٣٣ = (٠,٩٧٥) ٢٥,٢٥د$$

وحيث أن عدد الدفعات المشاهدة هو ١٤ ويقع في منطقة الرفض - لذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن الاختلافات في الأقطار عشوائية .

تطبيق (٨-٢)

أراد أحد الباحثين الاجتماعيين اختبار الفرض بأن الأطفال الصغار بالمدارس الابتدائية يميلون إلى التجمع حسب الجنس وقد لاحظ الباحث صف انتظار الطلبة أمام المقصف وكان تكوينه كما يلي (ذ للذكر ، أ للإنتى) .

ذ ذ أ أ أ ذ ذ أ أ أ أ أ ذ ذ ذ أ

والمطلوب اختبار فرض الباحث بمستوى معنوية ٥٪

الحل :

٠. : تكوين الأطفال في الصف عشوائي .

١. : الأطفال يميلون إلى التجمع حسب الجنس .

من تكوين صف الانتظار نجد أن $١ن = ٨$ وهو عدد الذكور (اختياري) ،

$$٢ن = ١٠ .$$

عدد الدفعات $d = 6$

من جدول ٢٣ وعند $n = 8$ ، $n = 10$ ، $d = 6$

نجد أن $H(d \geq 6) = 0.48$.

ولذا نرفض فرض العدم ونقبل فرض الباحث .

٨-١-٣ الاختبار الطبيعي

إذا كانت n ، n كلاهما أكبر من ١٠ فإن الاحصاء :

$$(٨-١) \quad \chi^2 = \frac{d - \bar{d}}{\sigma_d}$$

يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري ، حيث :

$$(٨-٢) \quad \bar{d} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2}{20 + 10} + 1$$

$$(٨-٣) \quad \sigma_d^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 2 (2 \cdot 10 \cdot 2 - 10 - 20)}{2(20 + 10)(1 - 20 + 10)} = 2$$

تطبيق (٣-٨)

قام أحد المحاسبين بسحب عينة من ٢٥ حساباً لمراجعتها ، وكانت أرصدها حسب ترتيب اختيارها (بالآلف) :

٢٦	١٨	٣٨	٣٧	٤٠	٣٥	١٢
٤٧	٥٢	٧٣	٥٧	٤٥	٣٠	٢٨
٣٦	٢٩	٢٥	٦٠	٣٨	٤٦	٢٤
			٦٨	٧٨	٣٦	٢٠

والمطلوب اختبار ما إذا كانت العينة عشوائية بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

١ - إيجاد الوسيط :

٢٨	٢٦	٢٥	٢٤	٢٠	١٨	١٢
٣٨	٣٧	٣٦	٣٦	٣٥	٣٠	٢٩
٥٧	٥٢	٤٧	٤٦	٤٥	٤٠	٣٨
			٧٨	٧٣	٦٨	٦٠

الوسيط = ٣٧

٢ - نعطي إشارة (+) للقيم الأكبر من الوسيط أو تساويه وإشارة (-) للقيم أقل من الوسيط .

-	-	+	+	+	-	-
+	+	+	+	+	-	-
-	-	-	+	+	+	-
			+	+	-	-

عدد الدفعات د = ٨ ، ن = ١٢ ، ن = ١٣

$$\bar{y} = 1 + \frac{(13)(12)2}{13+12} = 13.48$$

$$s^2 = \frac{(13-12 - (13)(12)2)(13)(12)2}{(1-13+12)^2(13+12)} = 0.97$$

$$s = 2.443$$

$$t = \frac{13.48 - 8}{2.443} = 2.243$$

وهو أقل من - ١.٩٦ ولذا نرفض فرض العدم والذي يقضي بأن العينة عشوائية .

تطبيق (٨-٤)

في دراسة لدخل الأسرة تم اختيار ٢٥ أسرة ، وسجلت دخولها السنوية وكانت كما يلي (ألف جنيه) :

٨	٥	٢١	٩	١٦	١٢
١٧	١٨	١٤	٩	١٣	١٥
٧	١٦	١٩	١٠	٦	٢٠
١٣	٨	١٧	٨	١٣	١٢
١١					

والمطلوب اختبار الفرض بأن العينة عشوائية بمستوى معنوية 5 % .

الحل :

$$\text{الوسيط} = 13$$

٢ - الاشارات

-	-	+	-	+	-
+	+	+	-	+	+
-	+	+	-	-	+
+	-	+	-	+	-

$$13 = 2 \text{ ن}$$

$$12 = 1 \text{ ن}$$

$$16 = \text{د}$$

$$13.48 = \bar{d}$$

$$2.443 = \sigma$$

$$1.31 = \frac{13.48 - 16}{2.443} = \text{ص}$$

وحيث أنه أقل من 1.96 لا نستطيع رفض أن العينة عشوائية .

٨-٢ القيم المتطرفة

قبل البدء في تحليل بيانات العينة ، من المفيد التأكد من أن البيانات مقبولة ولا يوجد شك في بعضها باعتبارها متطرفة . هذه القيم المتطرفة قد يصادفها الباحث بعد جمعه للبيانات ، وعليه الحذر بشأنها قبل إجراء أية تحليلات إحصائية . وفي البداية على الباحث أن يقوم بمراجعة إجراءات الحصول على هذه القيم المتطرفة ، فقد يكون هناك أخطاء في إجراءات جمعها أو في قياسها ...

فإذا ما تم إكتشاف سبب واضح ومقبول لذلك التطرف ، فإنه يمكن حذفها دون مخاطر . أما إذا لم يكتشف الباحث سبباً مقبولاً لذلك عليه اللجوء إلى الاختبارات الإحصائية . ويوجد عدة اختبارات إحصائية في هذا الصدد . إن القيمة المتطرفة يمكن استبعادها إذا تبين أن هناك احتمال ضئيل لانتسابها للمجموعة .

٨-٢-١ اختبار ديكسون

قدمه ديكسون Dixon عام ١٩٥٠ لاختبار القيم المتطرفة .

الفروض :

ف. : القيمة المتطرفة تنتمي للمجتمع .

ف. : القيمة لا تنتمي للمجتمع .

إحصاء الاختبار

إحصاء الاختبار يتكون من نسبة الفرق بين القيمة المتطرفة وقيمة مجاورة إلى المدى (بين المشاهدات كلها أو بعد استبعاد قيمة أو قيمتان) . إن القيم المختارة لحساب هذه النسبة تختلف باختلاف حجم العينة ، وهي موضحة بالجدول ٢٢ والخاص بتوزيع إحصاء ديكسون والذي يعرض عدة مئينات لتوزيع المعاينة .

ملاحظات :

١. قيم س١ في الجدول يمكن أن تكون أكبر قيمة أو أصغر قيمة في العينة .
٢. قيم س قد تكون القيم المشاهدة الفردية أو المتوسطات لعينات متساوية الحجم .
٣. المئينات المعروضة بالجدول تفترض أن المشاهدات مسحوبة من مجتمع يتبع التوزيع الطبيعي .

تطبيق (٨-٥)

لمجموعة القيم ٣١٦ ، ١٤٧ ، ١٦٧ ، ١٥٩ المطلوب اختبار أن القيمة ٣١٦ تعد متطرفة بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

نرتب القيم س١ ، س٢ ، س٣ ، س٤

٣١٦ ، ١٦٧ ، ١٥٩ ، ١٤٧

بالرجوع لجدول ٢٢ وعند $n = 4$ نجد أن الإحصاء يحسب من الصيغة :

$$Y = \frac{100 - 200}{100 - 100}$$

$$0.882 = \frac{316 - 167}{316 - 147}$$

وحيث أنها أكبر من القيمة الحرجة ٠.٧٦٥ . نرفض فرض العدم والذي يقضي أن القيمة ٣١٦ لمجتمع الدراسة .

تطبيق (٦-٨)

لمقارنة نوعين من الأغذية ، قام أحد الباحثين بتغذية أزواج متناظرة Pairs من الأرانب - وقد سجلت الزيادة في وزن كل منها . وفيما يلي بيان بالفروق بين الوحدات المتناظرة .

٦ ، ٦ ، ٩ ، ٤ ، ٥ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ١٨ - ، ٣

وقد لوحظ أن هناك فرق كبير بين أحد الأزواج وهو (١٨-) مما يدعو للشك فيها . والمطلوب اختبار الفرض بأنها تعد قيمة متطرفة وذلك بمستوى معنوية ٥٪ .

الحل :

نرتب القيم س١ ، س٢ ، سن-١ ، سن

بالرجوع لجدول ٢٢ حيث ن = ١٠ نجد أن الإحصاء :

$$y = \frac{s_2 - s_1}{s_{n-1} - s_1}$$

$$= \frac{20}{24} = \frac{(18-) - 2}{(18-) - 6} = 0,833$$

وهي أكبر من القيمة الحرجة ٤٧٧ ، ولذا نرفض فرض العدم ونقبل اعتبار هذه القيمة متطرفة ، وأنها لا تنتمي للمجتمع محل الدراسة ويمكن استبعادها .

المراجع

- (1) Armitage, P. and Berry, G. (1987), **Statistical Methods in Medical Research**, Blackwell Scientific Publications, Oxford, London.
- (2) Bailey, J.R. (1981), **Statistical auditing**, Harcourt Brace Jovanovich, Inc., New York.
- (3) Barnett, V. (1982), **Comparative Statistical Inference**, John Wiley & Sons, Chichester, New York.
- (4) Bhattacharyya, G.R. and Johnson, R.A. (1977), **Statistical Concepts and Methods**, John Wiley & Sons, New York.
- (5) Berenson, M.L. et al. (1983), **Intermediate Statistical Methods and Applications, A Computer Package Approach**, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (6) Bishop, Y.M. et al. (1975), **Discrete Multivariate Analysis**, The MIT Press, Cambridge.
- (7) Blalock, H.M. (1979), **Social Statistical**, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.
- (8) Bradley, V. (1968), **Distribution-Free Statistical Tests**, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (9) Bruning, J.L. and Kintz, B.L. (1987), **Computational Handbook of Statistics**, Scott, Foresman and Company, Glenview, Illinois, London.

- (10) Bryson, M.C. and Heiny, R.L. (1981), Basic Inferential Statistics, Prindle, Weber & Schmidt, Boston.
- (11) Choi, S.C. (1978), Introductory Applied Statistics in Science, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- (12) Crow, E.L. et al. (1960), Statistics Manual, Dover Publications, Inc., New York.
- (13) Conover, W.J. (1980), Practical Non-Parametric Statistics, John Wiley & Sons, New York.
- (14) Daniel, W.W. (1987), Biostatistics : A Foundation for Analysis in the Health Sciences, John Wiley & Sons, New York.
- (15) Daniel, W.W. (1978), Applied Non-Parametric Statistics, Houghton Mifflin Co., Boston.
- (16) Davies, O.L. and Goldsmith, P.L. (1977), Statistical Methods in Research and Production, Longman, London and New York.
- (17) Dixon, W.J. and massey, F.J. (1983), Introduction to Statistical Analysis, Mc Graw-Hill Book Co., Auckland, London, Tokyo.
- (18) Delaunois, A.L. (ed.), (1973), Biostatistics in Pharmacology, Pergamon Press, Oxford, 1973.
- (19) Everitt, B.S. (1977), The Analysis of Contingency Tables, Chapman and Hall, London.
- (20) Ferguson, G.A. (1976), Statistical Analysis in Psychology & Education, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.

- (21) Fleiss, J.L. (1981), *Statistical Methods for Rates and Proportions*, John Wiley & Sons, New York.
- (22) Fisher, R.A. and Yates, F. (1963), *Statistical Tables*, Longman, London.
- (23) Garrett, H.E. (1966), *Statistics in Psychology and Education*, Vakils, Feffer and Simon Ltd., Bombay.
- (24) Gibbons, J.D. (1976), *Non-Parametric Methods for Quantitative Analysis*, Holt, Rinhart, Winston, New York.
- (25) Glass, G.V. and Stanley, T.C. (1970), *Statistical Methods in Education and Psychology*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New York.
- (26) Goodman, L.A. and Kruskal, W.H. (1979), *Measures of Association for Cross Classification*, Springer-Verlag, New York.
- (27) Gomez, K.A. and Gomez, A.A. (1984), *Statistical Procedures for Agricultural Research*, John Wiley and Sons, New York.
- (28) Guenther, W.C. (1973), *Concepts of Statistical Inference*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- (29) Goon, A.M. et al. (1983), *Fundamentals of Statistics*, The World Press Private Ltd., Calcutta.
- (30) Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978), *Fundamental Statistics in Psychology and Education*, Mc Graw-Hill Kogakush, Ltd., Tokyo.

- (31) Harshbarger, T.R. (1977), *Introductory Statistics, A Decision Map*, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
- (32) Hays, W.L. (1973), *Statistics for the Social Sciences*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.
- (33) Hietzman, W.R. and Mueller, F.W. (1980), *Statistics for Business and Economics*, Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- (34) Hoel, P.G. (1984), *Introduction to Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, New York.
- (35) Huntersberger, D.V. and Billingsley, P. (1977), *Elements of Statistical Inference*, Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- (36) Iman, R.L. and Conover, W.J. (1983), *Modern Business Statistics*, John Wiley & Sons, New York.
- (37) Kendall, M.G. (1975), *Rank Correlation Methods*, Charles Griffin & Company Ltd., London.
- (38) Kendall, M.G. and Stuart, A. (1961), *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 2, Charles Griffin & Co., London.
- (39) Kurtz, A.K. and Mayo, S.T. (1979), *Statistical Methods in Education and Psychology*, Springer-Verlag, New York.
- (40) Langley, R. (1979), *Practical Statistics*, Pan Books, London, Sydney.
- (41) Larson, H.J. (1982), *Introduction to Probability Theory and Statistical Inference*, John Wiley & Sons, New York.

- (42) Lehmann, E.L. (1959), *Testing Statistical Hypotheses*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (43) Levy, S.G. (1968), *Inferential Statistics for the Behavioral Sciences*, Holt, Rinehart and Winston, Inc., New York.
- (44) Loether, H.J. and McTavish, D.G. (1980), *Descriptive and Inferential Statistics*, Allyn and Bacon, Inc., Boston.
- (45) Lowe, C.W. (1968), *Industrial Statistics*, Business Book Limited, London.
- (46) Marascuilo, L.K. and Mc Sweeney, M. (1977), *Non-Parametric and Distribution Free Methods for the Social Sciences*, Brooks / Cole Publishing Company Monterey, California.
- (47) Matheson, D.W. et al. (1978), *Experimental Psychology*, Holt, Rinehart and Winston, New York.
- (48) Maxwell, M.A. (1961), *Analysing Qualitative Data*, Chapman and Hall, London.
- (49) Mc Nemar, Q. (1955), *Psychological Statistics*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (50) Mood, A.M. et al. (1974), *Introduction to the Theory of Statistics*, Mc Graw Hill, Inc., Auckland, London, Tokyo.
- (51) Mosteller, F. and Rourke, R.E. (1973), *Sturdy Statistics*, Addison-Wesley Publishing Co., California, London.

- (52) Mosteller, F. and Tukey, J.H. (1977), *Data Analysis and Regression*, Addison-Wesley Publishing Company, California, London.
- (53) Nie, N.H. et al. (1975), *SPSS Statistical Packages for the Social Sciences*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- (54) Null, C.H. and Nie, N.H. (1981), *SPSS Update 7-9*, Mc Graw-Hill Book Co., New York.
- (55) Ostle, B. and Mensing, R.W. (1975), *Statistics in Research*, Oxford & IBH Publishing Co., New Delhi.
- (56) Pearson, E.S. and Hartley, H.D. (1976), *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, Biometrika Trust, England.
- (57) Pratt, J.W. and Gibbons, J.D. (1981), *Concepts of Non-Parametric Theory*, Springer-Verlag, New York, Berlin.
- (58) Quenquille, M.H. (1972), *Rapid Statistical Calculations*, Griffin, London.
- (59) Saxina, H.C. and Surendran, P.U. (1967), *Statistical Inference*, S. Chand & Co., Delhi, New Delhi.
- (60) Siegel, S. (1956), *Non-Parametric Statistics, for the Behavioral Sciences*, Mc Graw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo.
- (61) Silk, J. (1979), *Statistical Concepts in Geography*, George Allen & Unwin, London.
- (62) Silvey, S.D. (1975), *Statistical Inference*, Chapman and Hall, London, New York.

- (63) Sprent, P. (1981), *Quick Statistics*, Penguin Books, England.
- (64) Steel, R.G. and Torrie, J.H. (1980), *Principles and Procedures of Statistics, A Biometrical Approach*, Mc Graw-Hill Co., Auckland, London.
- (65) Walker, H.M. and Lev, J. (1953), *Statistical Inference*, Holt, Rinehart and Winston, New York.
- (66) Walpole, R.E. and Myers, R.H. (1978), *Probability and Statistics for Engineering and Scientists*, Macmillan Publishing Co., Inc., New York.
- (67) Wetherill, G.B. et al. (1986), *Regression Analysis with Applications*, Chapman and Hall, London.
- (68) Wonnacott, T.H. and Wonnacott, R.J. (1984), *Introductory Statistics for Business and Economics*, John Wiley & Sons, New York.

الرموز المستخدمة

أ	عدد حالات الاتفاق في معامل جاما .
	الجزء المقطوع من محور السينات في معادلة الانحدار .
	إحداثي (إرتفاع) المنحنى الطبيعي المعياري عند نقطة تقسيم .
أ	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأدنى للفتة .
أ	ارتفاع المنحنى الطبيعي المعياري عند الحد الأعلى للفتة .
أ ف م	أصغر فرق معنوي .
أ ر	عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أعلى من بعض الوحدات في المستوى ل (في معامل ثيتا) .
ب	معامل الانحدار
ب ر	عدد المرات التي تكون فيها وحده في المستوى ر أقل من بعض الوحدات في المستوى ل (في معامل ثيتا) .
ت	معامل التصحيح في اختبار بارتلت .
ت ن-١	التكرار المتوقع في خلية في الجدول التكراري المزدوج .
ت د ح و	متغير توزيع ت بدرجات حرية ن - ١ .
ت و	درجات الحرية الفعالة (اختبار - ت ساترزويت) .
ث	معامل ارتباط كندال .
	درجة الثقة .
ج	مجد $\frac{\text{(تكرار الخلية)}^2}{\text{(تكرار الصف) (تكرار العمود)}}$ في الجدول التكراري المزدوج .

مجموع الرتب المخصصة للمتغير ذو حجم العينة الأصغر (احصاء ولكوكسون - مان وتنى) .	جـ
معامل ارتباط جاما .	جا
الاحتمال المفترض للفئة المناظرة .	ح
التوزيع الاحتمالي المتجمع والمحسوب من بيانات العينة .	ح (س)
احتمال .	ح
احتمال الجدول الرباعي المشاهد .	ح
مستوى المعنوية الحقيقي .	ح
احتمال س ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .	ح ن ، ق (س)
الاحتمال المتجمع س أو أقل ، في توزيع ذى الحدين بحجم عينة ن واحتمال نجاح ق .	ح ن ، ق (س)
احتمال الفئة بالصف ر .	ح ر .
احتمال الفئة بالعمود ل .	ح ل .
احتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .	ح ر ل
احتمال التغير من الحالة ر للحالة ل .	
تقدير لاحتمال الخلية في الصف ر والعمود ل .	ح ر ل
عدد حالات الاختلاف (في معامل جاما) .	خ
مجموع مربعات الخطأ (في تحليل التباين) .	
الخطأ العشوائي في معادلة الانحدار .	خ ر
الفرق بين قيمتين لمتغيرين .	د
عدد الدفعات الكلي .	د
متوسط الفرق بين متغيرين .	د -

درجات الحرية .	د ح
ك.ر. - ك.ر. الفرق بين تكراري فئة في مناسبتين .	د ر
معامل ارتباط بيرسون .	ر
معامل ارتباط سبيرمان .	ر
معامل الارتباط الرباعي .	ر +
معامل ارتباط السلسلتان .	ر ~
معامل ارتباط السلسلتان الثنائي .	ر ~
معامل ارتباط السلسلتان للرتب .	ر و
معامل ارتباط السلاسل المتعددة .	ر #
معامل الارتباط الكلي بين متغير تابع (س١) ومتغيران مستقلان س٢ ، س٣ .	ر ٣٢.١
المتوسط الحسابي للمتغير س في العينة .	س
المتوسط الحسابي للمتغير س في المجتمع .	س
الدرجة المعيارية للقيمة س .	س /
مجموع قيم المتغير س بالعمود ل .	س ل
مجموع قيم المتغير س ببالصف ر .	س ر
المجموع الكلي لقيم المتغير س .	س
حدى الثقة (الحد الأدنى ، الحد الأعلى) .	(س١ ، س٢)
التكرار المشاهد (الفعلي) .	ش
إحصاء الاختبار .	ص
المتوسط الحسابي للمتغير ص .	ص
متوسط المجموعة ص ١ .	ص ١

متوسط المجموعة ص .	ص ١
المجموع الكلي لقيم المتغير ص .	ص ١
مجموع قيم المتغير ص بالعمود ل .	ص ١
مجموع قيم المتغير ص بالصف ر .	ص ١
معادلة تقدير قيمة ص .	ص ١
قيمة مقدرة للمتغير ص .	ص ١
متغير يتبع التوزيع الطبيعي .	ط
مجموع مربعات انحرافات الرتب عن متوسطها مح (ر-ر) ٢	ع
في اختبار فريدمان ومعامل كندال للاتفاق .	د ٢
الانحراف المعياري لمتوسط الفروق .	د ٢
تقدير تباين المجتمع من العينة للمتغير ص .	د ٢
تقدير تباين المجتمع من العينة .	د ٢
تقدير تباين المجتمع من عدة عينات .	د ٢
تقدير تباين المجتمع باستخدام كل قيم ص (تحليل التباين) .	د ٢
تقدير التباين من المعاملات .	د ٢
تقدير التباين من القطاعات .	د ٢
تقدير التباين من الخطأ (في تحليل التباين) .	د ٢
تقدير الانحراف المعياري للخطأ العشوائي (في تحليل الانحدار) .	د ٢
الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي المقدّر من العينة .	د ٢
أنظر الصيغة (٦-٢٤) .	د ٢
تباين قيم ص بالعمود المخصص للقيمة ص ر .	د ٢

الفرق بين رتب المتغيران .	ف
احصاء نسبة التباين .	ف
فرض العدم .	ف
الفرض البديل .	ف
متغير توزيع ف بدرجات حرية ن-١ ، ك-١ .	ف-١ ، ك-١
دالة تحويل فيشر .	ف
القيمة بعد تطبيق تحويل فيشر .	ف-١
الدالة العكسية لدالة تحويل فيشر .	ف
أنظر الصيغة ٦-٢٠ (معامل ارتباط السلاسل المتعددة) .	ق
عدد القطاعات ، عدد الصفوف .	ق
نسبة أو احتمال النجاح في توزيع ذي الحدين .	ق
نسبة مفردات مجموعة إلى تكرار الكلي .	ق
معامل ارتباط كرامير .	ق
مجموع المربعات بسبب القطاعات .	ق
التكرار .	ك
مجموع المربعات الكلي في تحليل التباين .	ك
عدد الرتب (عدد المحكمين) .	ك
عدد المتغيرات المستقلة .	ك
ن ح * التكرار المتوقع في الفئة .	ك
تكرار الفئة المتوالية لكل فئة من فئات المتغير المقدر .	ك
تكرار الفئة المتوالية للتوزيع الهامشي للمتغير التابع ص .	ك ص
مجموع التكرارات بالعمود ل .	ك ل
مجموع التكرارات بالصف ر .	ك ر

التكرار الفعلي بالخلية في الصف ر والعمود ل .	ك _{رل}
التكرار المتوقع بالخلية في الصف ر والعمود ل .	ك _{رل}
التكرار المتوقع .	ك
محد $\frac{(ك - ك_{رل})^2}{ك}$	ك _ا ^٢
معامل الثبات	ل
معامل ارتباط لامدا لتقدير ص من س .	ل ص س
عدد المعاملا ، عدد الأعمدة .	م
مستوى المعنوية الإسمى .	م
مجموع المربعات بسبب المعاملات .	
حجم العينة ، مجموع التكرارات .	ن
حجم المجتمع .	ن
عدد وحدات المستوى ر .	ن ر
معامل ارتباط كندال .	و
نسبة الارتباط .	ى
احصاء ديكسون .	ى
الانحراف المعياري للمتغير س .	س σ
تباين المتغير س .	س σ ^٢
الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي .	س σ̄
الانحراف المعياري للخطأ العشوائي (الخطأ المعياري للتقدير) .	س σ _ع
معامل ارتباط لامدا في المجتمع لتقدير ص من س .	ل ص س λ
نسبة الارتباط في المجتمع .	η

الصيغ الاحصائية

الباب الأول

$$(1-1) \quad \bar{x} = \frac{\text{مجموع}}{n}$$

$$(2-1) \quad \sigma^2 = \frac{1}{n} (\text{مجموع}^2 - \frac{(\text{مجموع})^2}{n})$$

$$(3-1) \quad \sqrt{\text{التباين}} = \sigma \text{ الانحراف المعياري}$$

$$(4-1) \quad \frac{\sigma}{\bar{x}} = \text{معامل الاختلاف} \text{ م. أ.}$$

$$(5-1) \quad \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sigma} = \text{الدرجة المعيارية}$$

$$(6-1) \quad r = \frac{n \text{ مجموع } x - \text{مجموع } x \text{ مجموع } y}{\sqrt{[n \text{ مجموع } x^2 - (\text{مجموع } x)^2][n \text{ مجموع } y^2 - (\text{مجموع } y)^2]}}$$

$$(7-1) \quad r^2 = \frac{\text{مجموع } y^2}{(n-1) \sigma^2} - 1$$

(A-1)

$$\frac{x-1}{x+1} = \text{جا}$$

(9-1)

$$\frac{x-1}{0.5n(1-n)} = \text{تو}$$

(10-1)

$$\frac{12ع}{ق^2 م(1-2م)} = \text{و}$$

(11-1)

$$\sqrt{\frac{1-ح}{1-ع}} = \text{ق}$$

(12-1)

$$\sqrt{\frac{2كا}{ن(1-ع)}} =$$

(13-1)

$$\frac{ك^2 رل}{ك.ر.ك.ل} = \text{ج}$$

(14-1)

$$\frac{2(ك-ك)}{ك} = \text{م}$$

(15-1)

$$\frac{(ك.ر.)}{ن} = \frac{(\text{تكرار الصف})(\text{تكرار العمود})}{ن} = \text{ك رل}$$

(16-1)

$$\frac{\text{مك} - \text{ك ص}}{ن - \text{ك ص}} = \text{ل ص س}$$

(۱۷-۱)

$$+ = \text{جنا} \frac{۱۸۰}{+۱ \sqrt{\text{آد/پد}}}$$

(۱۸-۱)

$$\text{ر} = \frac{\text{ص} - ۱ \text{ص}}{\sigma} \frac{\text{ق}}{\text{ا}}$$

(۱۹-۱)

$$\text{ر} = \frac{\text{ص} - ۱ \text{ص}}{\sigma} \frac{\text{ق}}{\text{ا}}$$

(۲۰-۱)

$$\text{ر} = \frac{\text{ق ک}}{\text{ا}}$$

(۲۱-۱)

$$\text{ر} = \frac{۲}{\text{ن}} (\text{ص} - ۱ \text{ص} .)$$

(۲۲-۱)

$$\text{ص} = \text{ا} + \text{ب س}$$

(۲۳-۱)

$$\text{ب} = \frac{\text{ن محس من} - \text{محس من محس}}{\text{ن محس} - ۲ (\text{محس})}$$

(۲۴-۱)

$$\text{ا} = \text{ص} - \text{ب س}$$

الباب الثاني

$$(١-٢) \quad \bar{ك} = ن خ *$$

$$(٢-٢) \quad \text{ص} = \text{مح} (ك - \bar{ك}) / \bar{ك} / \bar{ك}$$

$$(٣-٢) \quad \text{مح} ك / \bar{ك} - ن =$$

$$(٤-٢) \quad \text{ص} = \frac{١}{ك} \text{مح} ك - ن$$

$$(٥-٢) \quad \text{ص} = \text{أكبر} | ح (س) - ح * (س) |$$

$$(٦-٢) \quad \text{ص} = \text{أكبر} | ح (س) - ح * (س) |$$

$$(٧-٢) \quad \frac{س - س}{\cdot} = س'$$

$$(٨-٢) \quad \text{ص} = \text{مح} (ك - \bar{ك}) / \bar{ك} / \bar{ك}$$

$$(٩-٢) \quad \frac{(\bar{ك.ل})(\bar{ك.ل})}{ن} = \bar{ك.ل}$$

$$(١٠-٢) \quad \text{ص} = \text{مح} (| ك - \bar{ك} | - ٥ - ٥) / \bar{ك} / \bar{ك}$$

(١١-٢)

$$\text{ص} = \text{أكبر} | \text{ح} | \text{س} - \text{س} | \text{ح} | \text{س}$$

(١٢-٢)

$$\text{ص} = \text{مع} (\text{ك} - \text{ك}) / ٢ \text{ك}$$

(١٣-٢)

$$\text{ك ر ل} = \frac{(\text{ك.ر.ل})}{\text{ن}}$$

(١٤-٢)

$$\text{دع} = (\text{م} - ١) (\text{د} - ١)$$

الباب الثالث

$$(١-٣) \quad \text{ح (من + ل } \sigma \text{ من } < \text{ من } < \text{ من } - \text{ ل } \sigma \text{ من }) = \text{ ث}$$

$$(٢-٣) \quad (\text{ من } ١ , \text{ من } ٢) = \text{ من } \pm \text{ ل } \sigma \text{ من}$$

$$(٣-٣) \quad \frac{\overline{\text{ن} - \text{ن}}}{١ - \text{ن}} \sqrt{\frac{\sigma \text{ من}}{\text{ن}}} = \sigma \text{ من}$$

$$(٤-٣) \quad \frac{\sigma \text{ من}}{\text{ن}} =$$

$$(٥-٣) \quad \frac{\text{من} - \text{من}}{\sigma \text{ من}} = \text{ص}$$

$$(٦-٣) \quad \left[\frac{\text{محد من}^2}{\text{ن}} - ٢ \text{ من} \right] \frac{١}{١ - \text{ن}} = \frac{٢}{\text{من}}$$

$$(٧-٣) \quad \frac{\text{من} - \text{من}}{\sigma \text{ من}} = \text{ص}$$

$$(٨-٣) \quad \frac{\text{من} - \text{من}}{\sigma \text{ من}} = \text{ص}$$

$$(٩-٣) \quad \frac{\sigma}{\text{ن}} \sqrt{\frac{\sigma \text{ من}}{\text{ن}}} = \sigma \text{ من}$$

(۱۰-۳)

$$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{n-1}{n} \right)} = \text{مقدار}$$

(۱۱-۳)

$$f = s - \bar{s}$$

(۱۲-۳)

$$p = \frac{n(1+n)}{4} - 1$$

(۱۳-۳)

$$\bar{r} = n(1+n) / 4$$

(۱۴-۳)

$$\sigma^2 = n(1+n)(1+n^2) / 24$$

(۱۵-۳)

$$p = \frac{0.05 - 0.05}{\sigma}$$

(۱۶-۳)

$$n, 0.05 \geq (1 - \alpha) / 2$$

(۱۷-۳)

$$n, 0.05 \leq (1 - \alpha) / 2 - 1$$

(۱۸-۳)

$$p = \frac{0.05 \pm 0.05}{\sqrt{n}}$$

(۱۹-۳)

$$d = s_1 - s_2$$

(۲۰-۳)

$$\bar{d} = s_1 - s_2$$

(۲۱-۳)

$$\bar{d} = s_1 - s_2$$

(۲۲-۳)

$$\frac{\bar{d}}{s} = \text{مقدار}$$

(۲۳-۳)

$$\frac{\bar{d}}{s} = \text{مقدار}$$

$$(26-3) \quad \sqrt{1/3} (2/m - 1) \pm 1 = (d, 1)$$

$$(28-3) \quad \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{y}_2 - \bar{y}_1} = \text{ص}$$

$$(29-3) \quad \frac{y_2^2}{y_2} + \frac{y_1^2}{y_1} = \bar{y}_2 - \bar{y}_1$$

$$(30-3) \quad \text{ف. : } \bar{y}_2 - \bar{y}_1 = d$$

$$(31-3) \quad \frac{y_2^2}{y_2} + \frac{y_1^2}{y_1} \sqrt{1/3} (2/m - 1) \pm 1 = (d, 1)$$

$$(32-3) \quad \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{y}_2 - \bar{y}_1} = \text{ص}$$

$$(33-3) \quad \frac{y_2}{y_2} + \frac{y_1}{y_1} = \bar{y}_2 - \bar{y}_1$$

$$(34-3) \quad \frac{(1 - y_2) y_2 + (1 - y_1) y_1}{y - y_2 + y_1} = y$$

$$(35-3) \quad \bar{y}_2 = \bar{y}_1 = y, \quad \frac{y_2^2 + y_1^2}{y} =$$

$$\frac{y_2^2}{y_2} + \frac{y_1^2}{y_1} \sqrt{1/3} (2/m - 1) \pm 1 = (d, 1)$$

$$(36-3)$$

$$(37-3) \quad \frac{\bar{y}_2 - \bar{y}_1}{\bar{y}_2 - \bar{y}_1} = \text{ص}$$

(٣٥-٣)

$$\frac{\bar{y}_0^2}{n_0} + \frac{\bar{y}_1^2}{n_1} = \bar{y}_0^2 - \bar{y}_1^2$$

(٣٦-٣)

$$\frac{\bar{y}_0^2 (n_0 / \bar{y}_0 + n_1 / \bar{y}_1)}{[(1 - n_0) / \bar{y}_0 (n_0 / \bar{y}_0) + (1 - n_1) / \bar{y}_1 (n_1 / \bar{y}_1)]} = \text{د ح ف}$$

$$\frac{\bar{y}_0^2}{n_0} + \frac{\bar{y}_1^2}{n_1} \sqrt{(2 - 1) \text{ د ح ف}} = \bar{y}_0^2 - \bar{y}_1^2 = (n_0, n_1)$$

(٣٧-٣)

(٣٨-٣)

$$\text{ح} (ج \geq ١) = \text{ح} (ج \leq ٢) = م$$

(٣٩-٣)

$$\text{ط} (ج, \sigma, ج)$$

(٤٠-٣)

$$\bar{y}_0 = (1 + n) / 2$$

(٤١-٣)

$$\bar{y}_0 = n_0 / (1 + n) = 12$$

(٤٢-٣)

$$\frac{\bar{y}_0 + \bar{y}_1 - \bar{y}_2}{\bar{y}_0} = \text{ص}$$

(٤٣-٣)

$$\text{ك} = \text{محص}^2 - \text{ص} / \bar{y}_0$$

(٤٤-٣)

$$\text{م} = \text{محص}^2 / \bar{y}_0 - \text{ل} - \text{ص} / \bar{y}_0$$

(٤٥-٣)

$$\text{خ} = \text{ك} - م$$

(٤٦-٣)

$$\bar{y}_0 = 1 - م / \bar{y}_0$$

(٤٧-٣)

$$\bar{y}_0 = \text{خ} / \bar{y}_0 - \text{ن}$$

(٤٨-٣)

$$\text{إحصاء الاختبار: د} = \bar{y}_0^2 / \bar{y}_0$$

$$(٤٩-٣) \quad |ص١ - ص٢| < أ ف م$$

$$(٥٠-٣) \quad م - ن = م - ١ - ٢ / م \quad \sqrt{\frac{١}{٢٥} + \frac{١}{١٥}} \quad \frac{٢}{٥}$$

$$(٥١-٣) \quad ص = \frac{١٢ \text{ معدل ل. } ٥ / ٥ - ٣ (١ + ن)}{(١ + ن) ٥}$$

$$(٥٢-٣) \quad ص = \frac{١}{٢٥} (\text{معدل ل. } ٥ / ٥ - ن (١ + ن) ٤ / ٢)$$

$$(٥٣-٣) \quad ٢ = \frac{١}{١ - ن} (\text{معدل ل. } ٥ - ن (١ + ن) ٤ / ٢)$$

$$(٥٤-٣) \quad |٢٣ - ٢٢| < أ ف م$$

$$\quad \sqrt{\left(\frac{١}{٢٥} + \frac{١}{١٥}\right) \left(\frac{٢٥ - ١ - ص}{٢ - ن}\right)^2} \quad \frac{٢}{٥} \quad م - ن = م - ١ - ٢ / م$$

$$(٥٥-٣)$$

$$(٥٦-٣) \quad ك = \text{معدل ص}^٢ - ص / ٢ / ن$$

$$(٥٧-٣) \quad م = \text{معدل ل. } ٥ / ق - ص / ٢ / ن$$

$$(٥٨-٣) \quad ق = \text{معدل ص}^٢ / م - ص / ٢ / ن$$

$$(٥٩-٣) \quad خ = ك - (م + ق)$$

$$(٦٠-٣) \quad ٢ = م / م - ١$$

$$(٦١-٣) \quad ٢ = ق / ق - ١$$

$$(٦٢-٣) \quad ٢. \text{خ} = \text{خ} / (\text{م} - ١) (\text{ق} - ١)$$

$$(٦٣-٣) \quad ١ = ٢. \text{م} / ٢. \text{خ}$$

$$(٦٤-٣) \quad ٢. \text{ق} = ٢. \text{خ} / \text{م}$$

$$(٦٥-٣) \quad |١. \text{ص} - ٢. \text{ص}| < \text{أ ف م}$$

$$(٦٦-٣) \quad \text{أ ف م} = \text{ت} (\text{م} - ١) (\text{ق} - ١) (\text{م} - ١) / ٢. \text{خ} (\text{ق} / ٢)$$

$$(٦٧-٣) \quad \text{ع} = \text{محرر ل.} - \frac{٢. (\text{محرر ل.})}{٢}$$

$$(٦٨-٣) \quad \text{ص} = \frac{١٢. \text{ع}}{\text{ق م} (١ + \text{م})}$$

$$(٦٩-٣) \quad = \frac{١٢. \text{محرر ل.} - ٣. \text{ق} (\text{م} + ١)}{\text{ق م} (١ + \text{م})}$$

$$(٧٠-٣) \quad |١. \text{ص} - ٢. \text{ص}| < \text{أ ف م}$$

$$(٧١-٣) \quad \text{أ ف م} = \text{ت} (\text{م} - ١) (\text{ق} - ١) (\text{م} - ١) / ٢. \text{خ} (\text{ق} / ٢) (\text{ب} - \text{أ})$$

$$(٧٢-٣) \quad \text{أ} = \text{محرر ل. ب}$$

وفي حالة عدم وجود قيود فإن :

$$(٧٣-٣) \quad \text{أ} = \frac{١}{١ + \text{م}} (\text{م} + ١) (\text{م} + ١)$$

$$(٧٤-٣) \quad \text{ب} = \frac{١}{\text{ق}} \text{محرر ل.}$$

الباب الرابع

- ١- ح ن ، ن ، أ . (س - ١) م (١-٤)
- ح ن ، ن ، أ (س - ١) م - ١ (٢-٤)
- منطقة الرفض س ٣ س ١ أوس < س ٢ (٣-٤)
- ح (س ٣ س ١) م / ٢ = (٤-٤)
- ح ن ، ق . (س ١) م / ٢ = (٥-٤)
- ح (س < س ٢) م / ٢ = (٦-٤)
- ح (س ٣ س ٢) م - ١ = م / ٢ (٧-٤)
- ح ن ، ق . (س ٢) م - ١ = م / ٢ (٨-٤)
- منطقة الرفض : س < س * (٩-٤)
- ح (س < س *) م = (١٠-٤)
- ح (س ٣ س *) م - ١ = (١١-٤)
- ح ن ، ق . (س *) م - ١ = (١٢-٤)
- منطقة الرفض س ٣ س * (١٣-٤)
- ح (س ٣ س *) م = (١٤-٤)
- ح ن ، ق . (س *) م = (١٥-٤)

$$(١٦-٤) \quad \frac{\text{ص} / \text{ن} - \text{ق}}{\sqrt{\text{ق ك} / \text{ن}}} = \text{ص}$$

$$(١٧-٤) \quad \frac{\text{ص} - \text{ن ق}}{\sqrt{\text{ن ق ك}}} = \text{ص}$$

$$(١٨-٤) \quad (\text{ق}١, \text{ق}٢) = \text{ق}١ \text{ ل} \sigma \text{ ق}$$

$$(١٩-٤) \quad \left(\frac{\text{ن} - \text{ن}}{١ - \text{ن}} \right) \frac{\text{ق ك}}{\text{ن}} = \frac{\text{ق}}{\sigma \text{ ق}}$$

$$(٢٠-٤) \quad \frac{\text{ق ك}}{\text{ن}} = \frac{\text{ق}}{\sigma \text{ ق}}$$

$$(٢٢-٤) \quad \frac{\text{ق ك}}{\text{ن}} = \frac{\text{ق}}{\sigma \text{ ق}} \quad , \quad (٢١-٤) \quad \frac{\text{ق ك}}{١ - \text{ن}} = \frac{\text{ق}}{\sigma \text{ ق}}$$

$$(٢٣-٤) \quad (\text{ق}١, \text{ق}٢) = \text{ق}١ \text{ ل} \sigma \text{ ق}$$

$$(٢٥-٤) \quad \text{خ} = \text{ل} \sigma \text{ ق} \quad (٢٤-٤) \quad \text{ن} = \text{ن} \left(\frac{\text{ل}}{\text{خ}} \right) \text{ ق ك} \quad (٢٦-٤)$$

$$\text{ن} = ٢٥ \cdot \left(\frac{\text{ل}}{\text{خ}} \right) \quad (٢٧-٤) \quad \text{ن} = ١ / \text{خ}$$

$$(٢٨-٤) \quad \text{خ} = \text{ل} \left[\frac{\text{ق ك}}{\text{ن}} \right] \left[\frac{\text{ن} - \text{ن}}{١ - \text{ن}} \right]$$

$$(38-ع) \quad \frac{\sqrt{(2/5 - |22^k 21^k - 22^k 11^k|)} \cdot 5}{2^k \cdot 1^k \cdot 2^k \cdot 1^k} = 2^k$$

$$(39-ع) \quad \frac{\sqrt{(2/1 - |2^k - 1^k|)}}{2^k} = 2^k$$

$$(40-ع) \quad \frac{2^k \cdot 2^k}{2^k} = 2^k$$

$$(41-ع) \quad 1.2 = 1.2 : \text{ف}$$

$$(42-ع) \quad 122 = 212 : \text{ف}$$

$$(43-ع) \quad 1. \leq 12^k \quad , \quad 1. \leq 21^k$$

$$(44-ع) \quad \frac{\sqrt{(1 + 21^k - 12^k)}}{21^k + 12^k} = 2^k$$

$$(45-ع) \quad 2^k < 2^k (1 - 2)$$

$$(46-ع) \quad 2 > 2$$

$$(47-ع) \quad 2^k < 2^k (1 - 2)$$

$$(48-ع) \quad 2/2 > 2$$

$$(49-ع) \quad \frac{1 \pm 21^k - 12^k}{21^k + 12^k} = 2$$

$$(50-ع) \quad \frac{2(ك-ك)}{ك} = \text{محر} \quad \text{كا}^2$$

$$(51-ع) \quad \text{كر} = \text{نقر}.$$

$$(52-ع) \quad \frac{2(ك-ك)}{ك} = \text{محر} \quad \text{كا}^2$$

$$(53-ع) \quad \frac{\text{كر.ك.ل}}{\text{ن}} = \text{كرل}$$

$$(54-ع) \quad \frac{2(ش-ت)}{\text{ت}} = \text{محرل} \quad \text{كا}^2$$

$$(55-ع) \quad \frac{2(كرل-نح.ل)}{\text{نح.ل}} = \text{محرل}$$

$$(56-ع) \quad \frac{(كرل+كرل)}{\text{ن}^2} = \text{حمرل}$$

$$(57-ع) \quad \frac{2(كرل-نكرل)}{\text{كرل+كرل}} = \text{محرل} \quad \text{كا}^2$$

$$(58-ع) \quad \left(\frac{\text{ل}}{\text{پ}}\right) = \left(\frac{\text{ر}}{\text{پ}}\right) = \text{ح.د}$$

$$(59-ع) \quad \text{ف.د} = \text{كر.ر} - \text{كر.ر} = \text{صفر}.$$

$$(٦٠-٤) \quad \frac{\frac{٢}{٢} \overline{ك٣١} + \frac{٢}{١} \overline{ك٣٢} + \frac{٢}{٢} \overline{ك٢١}}{٢ (\overline{ك٣٢} \overline{ك٣١} + \overline{ك٢١} \overline{ك٣٢} + \overline{ك٢١} \overline{ك٣١})} = \overline{ك٢}$$

$$(٦١-٤) \quad \frac{\overline{ك٢} + \overline{ك٢} \overline{ك٢}}{٢} = \overline{ك٢}$$

$$(٦٢-٤) \quad \overline{ك٢} < \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢})$$

$$(٦٣-٤) \quad \overline{ك٢} \frac{\overline{ك٢} - \overline{ك٢}}{\overline{ك٢} - \overline{ك٢}} \times (١ - \overline{ك٢}) = \overline{ك٢}$$

$$(٦٤-٤) \quad \overline{ك٢} < \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢})$$

الباب الخامس

$$(١-٥) \quad \frac{\overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢})}{\overline{ك٢}} = \overline{ك٢}$$

$$(٢-٥) \quad \overline{ك٢} < \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢})$$

$$(٣-٥) \quad \overline{ك٢} > \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢})$$

$$(٤-٥) \quad \overline{ك٢} < \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢} / ٢)$$

$$(٥-٥) \quad \overline{ك٢} > \overline{ك٢} (١ - \overline{ك٢} / ٢)$$

$$(6-0) \quad \sigma - 1 = [(2/\sigma)_{1-\sigma}^2 < \frac{2 \cdot (1-\sigma)}{2\sigma} < (2/\sigma - 1)_{1-\sigma}^2] \quad \text{ح}$$

$$(7-0) \quad \sigma - 1 = [\frac{(1-\sigma)^2}{(2/\sigma - 1)_{1-\sigma}^2} < 2\sigma < \frac{(1-\sigma)^2}{(2/\sigma)_{1-\sigma}^2}] \quad \text{ح}$$

$$(8-0) \quad [\sqrt{\frac{(1-\sigma)^2}{(2/\sigma - 1)_{1-\sigma}^2}} < 2\sigma < \sqrt{\frac{(1-\sigma)^2}{(2/\sigma)_{1-\sigma}^2}}] \quad \text{ح}$$

$$(9-0) \quad \frac{2}{2} = \text{ص}$$

$$(10-0) \quad \text{ص} < \text{ف} \quad 1-\sigma, 1-\sigma, 1-\sigma$$

$$(11-0)$$

$$(12-0)$$

$$(13-0)$$

$$(14-0) \quad \text{ف} \quad 1, 1, 1 = (1-\sigma) \quad 1, 1, 1$$

$$(15-0) \quad \text{ص} = \frac{2 \cdot (1-\sigma)}{2} = 1-\sigma$$

$$(16-0) \quad \frac{\text{ص} - \text{ص}}{\sigma} = \text{ط}$$

$$(۱۷-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۱۲ / (۱ - ۲ن)$$

$$(۱۸-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۱۸۰ / (۴ - ۲ن) (۱ + ن)$$

$$(۱۹-۵) \quad \overline{\text{ص}} = \frac{۲-ن \sqrt{(۲-۱۰) - ۲-۱۰}}{۲-۱ \sqrt{۲۰-۱۰۲}}$$

$$(۲۰-۵) \quad \overline{\text{ص}} = \frac{۲-ن \sqrt{(۲-۱۰) - ۲-۱۰}}{۲(۲-۱ \sqrt{۲۰-۱۰۲}) - ۲-۱ \sqrt{۲۰-۱۰۲}}$$

$$(۲۱-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲ر / ۲ر$$

$$(۲۲-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲ر / ۲ر$$

$$(۲۳-۵) \quad \overline{\text{ص}} = \text{ص} / \text{ت}$$

$$(۲۴-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲, ۳, ۲۶ (لو ۲- - معد - معد لو ۲-)$$

$$(۲۵-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲- / \text{معد} / \text{معد}$$

$$(۲۶-۵) \quad \text{ت} = ۱ + (معد / د - ۱ / معد) / (۱ - م)$$

$$(۲۷-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲, ۳, ۲۶ (م لو ۲- - معد لو ۲-)$$

$$(۲۸-۵) \quad \overline{\text{ص}} = ۲- / \text{معد} / م$$

$$(۲۹-۵) \quad \text{ت} = ۱ + (۳ / د + ۱) / م$$

الباب السادس

(١-٦)

$$\sqrt[n]{r} = \text{ص}$$

(٢-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r-1}{r-1}} = \text{ص}$$

(٣-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{1}{r} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = \text{ص}$$

(٤-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = 1,1513 = \text{ص}$$

(٥-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = 1,1513 = \text{ص}$$

(٦-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = 1,1513 = \text{ص}$$

(٧-٦)

$$\sqrt[n]{r} = \text{ص}$$

(٨-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = \text{ص}$$

(٩-٦)

$$1,1513 = \text{ص}$$

(١٠-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = 1,1513 = \text{ص}$$

(١١-٦)

$$\sqrt[n]{\frac{r+1}{r-1} - \frac{r+1}{r-1} \cdot \frac{1}{r}} = 1,1513 = \text{ص}$$

$$(12-6) \quad \sqrt{\frac{(ن-كص)^2}{(ن-مرك) (مرك+كص-2مرك)}} \downarrow \text{ل.ص} = \text{ص}$$

$$(13-6) \quad \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \text{ص}$$

$$(14-6) \quad \frac{\sqrt{\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}}}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

$$(15-6) \quad \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \text{ص}$$

$$(16-6) \quad \frac{\sqrt{\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}}}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

$$(17-6) \quad \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

$$(18-6) \quad \frac{\sqrt{\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}}}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

$$(19-6) \quad \frac{\sqrt{\frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}}}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

$$(20-6) \quad \frac{\bar{\sigma} - \bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \bar{\sigma}$$

(٢١-٦)

$$\frac{\sqrt{r^2 - n}}{\sqrt{r^2 - 1}} = \text{ص}$$

(٢٢-٦)

$$\frac{\sigma^2 \text{ص} - \sigma^2 \text{ص}}{\sigma^2} = \eta$$

(٢٣-٦)

$$\frac{\sigma^2 \text{ص} - \sigma^2 \text{ص}}{\sigma^2} = \gamma$$

(٢٤-٦)

$$\sigma^2 \text{ص} = \text{محد} (ن - ١) \sigma^2 \text{ص} / ن - م$$

(٢٥-٦)

$$\frac{\sigma^2 \text{ك} - \sigma^2 \text{خ}}{\sigma^2} = \gamma$$

(٢٦-٦)

$$\sigma^2 \text{ك} = ن - ١$$

(٢٧-٦)

$$\frac{\sigma^2 (١ - م) - م}{\text{ك}} = \gamma$$

(٢٨-٦)

$$\frac{(١ - م)(١ - ف)}{(م - ن) + (١ - م)ف} = \gamma$$

(٢٩-٦)

$$\frac{(١ - م) + (م - ن) \gamma}{(١ - م)(١ - \gamma)} = \text{ص}$$

(٣٠-٦)

$$\frac{\text{محد} |رل - ب رل|}{\text{محد} رل} = \theta$$

$$(31-6) \quad \sqrt{\frac{32 \times 31 \times 21 \times 2 - 31 \times 2 + 21 \times 2}{32 \times 2 - 1}} = 32.1$$

$$(32-6) \quad \frac{ك/2}{1-ك-ن/2-1} = ص$$

$$(33-6) \quad ص = ق (1-م) و$$

$$(34-6) \quad \sqrt{\frac{ق-1}{\frac{1}{3-2} + \frac{1}{3-1}}} = ص$$

$$(35-6) \quad ق = \frac{1}{2} \text{ لو } \frac{2+1}{2-1}$$

$$(36-6) \quad \frac{\frac{2\alpha-1\alpha}{2\sigma+2\sigma}}{\frac{2\alpha}{2\alpha}} = ص$$

$$(37-6) \quad ص = معد (ن-3) (ق-ق) 2$$

$$(38-6) \quad \frac{معد (ن-3)}{معد (ن-3)} = 3$$

$$(39-6) \quad ر = ق^{-1} (3)$$

الباب السابع

$$(١-٧) \quad \text{صبر} = \text{أ} + \text{ب سبر} + \text{خر}$$

$$(٢-٧) \quad \text{ب} \sigma = \sigma \text{خ} / \sqrt{\text{معد (س - سن)}^2}$$

$$(٣-٧) \quad \text{ء}^2 \text{خ} = \text{معد (ص - صن)}^2 / \text{ن} - ٢$$

$$(٤-٧) \quad \text{ء}^2 \text{خ} = (\text{ن} - ١) (\text{ء ص} - \text{ب}^2 \text{ء س}) / \text{ن} - ٢$$

$$(٥-٧) \quad \text{ء}^2 \text{خ} = \text{خ} / \text{ن} - ٢$$

$$(٦-٧) \quad \text{ء}^2 \text{خ} = (\text{ر} - ١) \text{معد ص}^2$$

$$(٧-٧) \quad \text{ء ب} = \text{ء خ} / \sqrt{\text{معد (س - سن)}^2}$$

$$(٨-٧) \quad \text{ء}^2 \text{خ} / \text{س} = \sqrt{\text{ن} - ١}$$

$$(٩-٧) \quad \text{ص} = \frac{\text{ب} - \text{ب}^2}{\text{ب}^2}$$

$$(١٠-٧) \quad \text{ص} = \frac{\text{ب} \sqrt{\text{معد (س - سن)}^2}}{\text{خ}^2}$$

$$(١١-٧) \quad \text{ص} = \frac{\text{ب س} \sqrt{\text{ن} - ١}}{\text{خ}^2}$$

$$(۱۲-۷) \quad \frac{(ب-ب)س \sqrt{۱-ن}}{خ} = ص$$

$$(۱۳-۷) \quad (ب، ۲) = ب \text{ ا ت } ۲-ن (۱-۲/م) \text{ ب}$$

$$(۱۴-۷) \quad \frac{ا-ا}{ا} = ص$$

$$(۱۵-۷) \quad \sqrt{ا/خ} = ا \text{ ن } ۱/۲ + س/۲ \text{ ا } (ن-۱)$$

$$(۱۶-۷) \quad (ا، ۲) = ا \text{ ا ت } ۲-ن (۱-۲/م) \text{ ا}$$

$$(۱۷-۷) \quad (ص، ۲) = ص \text{ ا ت } ۲-ن (۱-۲/م) \text{ ض}$$

$$(۱۸-۷) \quad ص = ا + ب س.$$

$$(۱۹-۷) \quad \sqrt{ا/خ} = ض \text{ ا } ۱/۲ + (س + س) / ۲ \text{ ا } (ن-۱) س$$

$$(۲۰-۷) \quad \frac{ص-ص}{ص} = ص$$

$$(۲۱-۷) \quad ص = ص + ب (س - س)$$

الباب الثامن

(١-٨)

$$\frac{\bar{d} - d}{\sigma} = \text{ص}$$

(٢-٨)

$$1 + \frac{2n \cdot 1n^2}{2n + 1n} = \bar{d}$$

(٣-٨)

$$\frac{(2n - 1n - 2n \cdot 1n^2) \cdot 2n \cdot 1n^2}{(1 - 2n + 1n)^2 (2n + 1n)} = {}^2\sigma$$

المؤلف

دكتور / مصطفى أحمد عبد الرحيم زايد

- * دكتوراه في الإحصاء « بحوث عمليات » ١٩٨١ .
- “ A rim multi Parametric Linear Programming model for Production Planning in textile mills.”
- * ماجستير في الإحصاء ١٩٧٤ .
- * دبلوم الدراسات العليا في الإحصاء ١٩٧٠ .
- * دبلوم الدراسات العليا في التكاليف ١٩٦٨ .
- * دبلوم الدراسات العليا في المحاسبة والمراجعة ١٩٦٦ .
- * بكالوريوس تجارة (محاسبة) ١٩٦١ .

العمل الحالي

- * إستشاري ومحاسب قانوني .
- * تدريس الإحصاء في بعض الكليات والمعاهد العليا بمصر .

الأعمال السابقة

- * تدريس البرمجة الرياضية والبحوث العملياتية بجامعة بغداد (كلية الإدارة والاقتصاد - قسم الإحصاء) وبجامعة المستنصرية (كلية العلوم - رياضة) .
- * تدريس الإحصاء بجامعة الإمام محمد بن سعود الإسلامية بالرياض بأقسام الاجتماع والخدمة الاجتماعية والتربية والمكتبات .
- * مدير مالي ، شركة النيل للملابس ، ش.م.م .
- * شركة ولتكس ش.م.م أعمال الحسابات والمراجعة والتكاليف والميزانية والتخطيط والمتابعة ومراقبة المخزون .

كتب للمؤلف

١- وصف انبيانات ، الجزء الأول . وصف متغير وحيد (١٩٩٢)

٢- وصف انبيانات ، الجزء الثاني ، وصف العلاقة بين المتغيرات . (١٩٩٢)

٣- الإستقراء . الجزء الأول ، أسس الإستقراء . (١٩٩٠)

٤- الإستقراء . الجزء الثاني ، منطق الإستقراء . (١٩٩١)

٥- الإستقراء . الجزء الثالث ، أساليب الإستقراء . (١٩٩٢)

٦- أصول الإحصائية (١٩٨٧)

٧- في المحصول ، دراسات التوزيعي . (١٩٨٧)

Operations Research, notes, University of Baghdad, 1977